Experimentelle Beiträge

zu den

Newton'schen Ringen im durchgehenden Licht.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

kgl. Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Heinrich Hoehl

Assistent am kgl. Real-Gymnasium zu München.

München, 1890.

Kgl. Hof- und Universitäts-Buchdruckerei von Dr. C. Wolf & Sohn.

Experimentelle Beiträge

zu den

Newton'schen Ringen im durchgehenden Licht.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

kgl. Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Heinrich Hoehl

Assistent am kgl. Real-Gymnasium zu München.

München, 1890.

Kgl. Hof- und Universitäts-Buchdruckerei von Dr. C. Wolf & Sohn.

Seinen teuren Eltern und Geschwistern

in Liebe und Dankbarkeit

gewidmet

vom

Verfasser.

Im Wintersemester 1888/89 vom kgl. bayer. Kultus-Ministerium als „**Spezialprüfungsarbeit**“ genehmigt.

Inhalt.

Seite

Einleitung 6

§ 1. Apparate, Vorversuche und Beobachtungsweise 8

§ 2. Bestimmung der „Hauptgeraden“ der Interferenz-Fläche — bei 4 verschiedenen Einfallswinkeln — 14

§ 3. Bestimmung der „Quergeraden“ der Interferenz-Fläche 22

§ 4. „ beliebiger Punkte „ „ „ 27

§ 5. „ einzelner Ringe „ „ „ 32

§ 6. „ der Haupt- und Quer-Durchmesser der Ringe 36

§ 7. Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen 39

Einleitung.

Durch die nachfolgenden Messungen, — welche in den Jahren 1887 bezw. 1888 im physikalischen Laboratorium der technischen Hochschule zu München auf Anregung des Hrn. Hofrat Prof. Dr. L. Sohncke ausgeführt und als „Spezialprüfungsarbeit" dem kgl. bayer. Cultusministerium im Wintersemester 1888/89 vorgelegt wurden —, versuchte ich einen experimentellen Beitrag zu liefern zur Gestalt und Lage der Newton'schen Ringe im durchgehenden Lichte. Bekanntlich haben die analogen Erscheinungen im „reflektierten Licht" durch die grundlegenden Arbeiten der Herren Sohncke[1]) und Wangerin in experimenteller und theoretischer Hinsicht bereits vor mehreren Jahren eine eingehende Untersuchung erfahren und Veranlassung zur Begründung einer allgemeinen Theorie der Interferenzerscheinung dünner Blättchen gegeben[2]). Im Anschluss an diese Abhandlungen fanden später jene Ringerscheinungen auch im durchgehenden Licht von Seiten des Hrn. Gumlich[3]) eine Bearbeitung, zunächst aber nur auf theoretischem Wege, da — wie letzterer beifügte — ihm die nötigen Mittel zur experimentellen Prüfung seiner Resultate leider zur Zeit nicht zu Gebote stehen. In der Absicht, diese Lücke einigermassen auszufüllen, machte ich mich in meinen Mussestunden an die in vorliegender Arbeit mitgeteilten Beobachtungen und Messungen. Kurz nach Abschluss derselben (Mitte Juli 1888) erfuhr ich indessen durch die gütige Mitteilung des Hrn. Sohncke, dass eine neue Arbeit des Hrn. Gumlich[4]) auch die experimentelle Seite der Newton'schen Ringe im durchgehenden Lichte berührt. Trotzdem glaubte ich meine bereits abgeschlossenen, teilweise in's Reine gebrachten und von der letztgenannten Arbeit ganz unabhängig angestellten Beobachtungen und Messungen etwas mehr in extenso wiedergeben zu dürfen. In ähnlicher Weise, wie Hr. Dr. Gumlich in seinen theoretischen Untersuchungen sich der Arbeit des Hrn. Wangerin anschloss, hielt auch ich bei Ausführung meiner Beobachtungen der besseren Vergleichung halber mich möglichst genau an den Gang der äusserst sorgfältig durchgeführten Messungen des Hrn. Sohncke.

---

[1]) Sohncke und Wangerin, Wiedem. Annal. 12, p. 1 und 201, 1881.
[2]) „ „ „ „ „ 20, p. 177 und 391, 1883.
[3]) Gumlich, Wiedem. Annal. 26, p. 337, 1885.
[4]) „ „ „ 34, pag. 827—843, 1888.

Auch darf a priori bemerkt werden, dass die nachfolgenden experimentellen Untersuchungen nicht etwa zur unbedingten Bestätigung der einen oder anderen Theorie angestellt wurden, sondern dass die reinen Beobachtungsthatsachen mit den ihnen anhaftenden, unvermeidlichen Beobachtungsfehlern hier wiedergegeben worden sind. Zugleich bot sich bei den Messungen im durchgelassenen Licht an einzelnen Punkten auch Gelegenheit, die Herleitung gewisser Resultate aus den Beobachtungsdata einigen früher von Feussner[1]) gemachten Vorschlägen gegenüber entsprechend zu modifizieren. So wurde z. B. die Lage der „Hauptgeraden" hier nach der „Methode der kleinsten Quadrate" bestimmt und auch für die „Quergerade" wurden trotz der Verschwommenheit ihrer Interferenzerscheinungen ausführliche Versuchsreihen angestellt. Im übrigen begnügte ich mich hierbei mit der Untersuchung derjenigen Interferenzerscheinungen, welche hervorgerufen werden, wenn eine planparallele Glasplatte die konvexe Fläche einer plankonvexen Linse berührt und erstere der Lichtquelle, letztere dem Beobachter zugekehrt ist

---

§. 1. Apparate, Vorversuche und Beobachtungsweise.

Um zunächst ein Bild zu gewinnen von den wesentlichsten Bestandteilen, aus welchen mein Apparat behufs Messung der Lage der Newton'schen Ringe im durchgehenden Lichte zusammengesetzt wurde, betrachte man die Skizze auf Tafel I Figur 1 im Anhang:

In einem stets völlig verdunkelten, geräumigen Saal des Laboratoriums fiel das von einer Natriumflamme (n) ausgehende gelbe Licht durch die kreisförmige Oeffnung eines dunklen Schirms auf eine — nur als Collimator wirkende — Sammellinse (s), welche ein Bündel von (nahezu) parallelen Lichtstrahlen auf die planparallele Platte der vertikal stehenden, drehbaren Gläserkombination (g) warf. Die in der Luftlamelle der letzteren bei durchgehendem, homogenem Licht erzeugte Interferenzerscheinung, bestehend aus abwechselnd hellen und dunklen konzentrischen Ringen, wurde mit Hülfe eines Mikroskops beobachtet, dessen Objektiv der ebenen Seitenfläche der plankonvexen Linse zugewandt war.

Zur Bestimmung der räumlichen Lage der scheinbaren Interferenzorte wurde dem Beobachtungsmikroskop eine Vorrichtung gegeben, welche ihm die Möglichkeit einer messbaren Bewegung nach 3 aufeinander senkrechten Koordinaten-Richtungen[2]) gewährt, also durch successive Verschiebung auch eine Bewegung nach allen möglichen Richtungen des Raums gestattet.

Dies wurde durch einen aus mehreren Teilen zusammengesetzten Apparat erreicht, welcher mit Hülfe zweier Holzschrauben (vgl. Figur 1) an dem einen Ende des Arbeits-

---

[1]) Feussner, Wiedem. Annal. 14, p. 561. 1881.

[2]) Es heisse:

a) eine Bewegung des Mikroskops nach „*unten*" oder „*oben*" die „*Höhen*verschiebung."
b) „ „ „ „ „ „*links*" „ „*rechts*" die „*Quer*verschiebung."
c) „ „ „ „ „ „*vorn*" „ „*hinten*" die „*Axen*verschiebung."

tisches äusserst fest angeschraubt war. Der Hauptsache nach bestand dieser Teil des Beobachtungs-Apparats aus einem aufrechten cylindrischen Messingstativ, dessen unteres Ende in eine rechteckige Metallfläche auslief, welche an einen Holzklotz von entsprechender Höhe und mit diesem an den Tisch befestigt war. An dem oberen Ende des cylindrischen Stativs wurde in vertikaler Ebene ein aus dem Duboscq'schen Interferenzapparat entnommenes Stück fest angeschraubt, welches in einer eigens angebrachten Durchbohrung das horizontal liegende Mikroskop trug und später noch näher besprochen werden soll.

Das Metallstativ selbst bestand aus einer massiven Hülse, innerhalb welcher ein cylindrisches Messingrohr vermittelst der sogen. „**Höhenschraube**" (welche jedoch keine Mikrometerschraube war) in genau vertikaler Richtung gehoben und gesenkt werden konnte. Um die Grösse einer derartigen Höhenverschiebung des Mikroskops nun aber auch messend verfolgen zu können, wurde mit Hülfe der Teilmaschine auf dem cylindrischen Messingrohr eine feine Längenteilung eingezeichnet, welche noch halbe Millimeter genau angab und bei Ablesung mit einer besseren Lupe noch den zehnten Teil eines halben Millimeters (= 0,05 mm) zu schätzen ermöglichte.

Das vorhin erwähnte, aus dem Duboscq'schen Apparat entlehnte Stück war ein Messingrahmen, dessen Ebene um die vertikale Axe des Metallstativs im allgemeinen zwar drehbar, aber im Laufe der Messungen stets senkrecht zur unveränderten Einfallsrichtung der Lichtstrahlen an der Axe des Stativs äusserst fest angeschraubt war. Der Metallrahmen hatte zwei Parallelschienen, zwischen welchen ein mit fester Marke versehener Schlitten vermittelst einer Mikrometerschraube — der sog. „**Querschraube**" — längs einer festliegenden, in halbe Millimeter eingeteilten Längenteilung (der „Querskala") nach rechts und links horizontal verschoben werden konnte. Senkrecht zu seiner ebenen Oberfläche war der bewegliche Schlitten cylindrisch durchbohrt und mit einer Hülse versehen, innerhalb welcher das Mikroskop längs seiner Axe sich durch Reibung nicht zu leicht, aber auch nicht zu schwer verschieben liess; letzteres konnte durch Ausschmirgeln der an ihren Enden überdies noch mehrfach eingeschlitzten, elastischen Hülse erreicht werden. Im Gegensatz zur „Höhenschraube" — durch welche die vertikalen Verschiebungen des Mikroskops zwar ausgeführt, aber nicht unmittelbar gemessen wurden — war also die „Querschraube" eine mit graduierter Trommel versehene Mikrometerschraube, welche die horizontalen Verschiebungen nach rechts und links nicht nur vollzog, sondern auch direkt zu messen gestattete. Die Höhe ihrer Schraubengänge betrug $^1/_2$ mm, so dass mit Hülfe des in 50 Teile geteilten Trommelumfangs bei den „Querverschiebungen" noch direkte Ablesungen bis zum 50. Teil eines halben Millimeters (= 0,01 mm) vorgenommen werden konnten.

Um die Verschiebungen des Mikroskops nach „vorn" und „hinten" — die sogenannten „**Axenverschiebungen**" — messen zu können, wurde mit Hülfe der Teilmaschine auch auf dem cylindrischen Mikroskoprohr eine feine Längenteilung eingeritzt. Analog dem bei der Höhenmessung angewandten Massstab hatten auch hier die aufeinander folgenden Teilstriche eine Distanz von $^1/_2$ mm, so dass bei Ablesung mit einer guten Lupe noch der zehnte Teil eines halben Millimeters (0,05 mm) nach einiger Uebung leicht abgeschätzt werden konnte. — Während der Beobachtungen fiel die Mikroskopaxe ihrer

Richtung nach zusammen mit der stets unveränderten Einfallsrichtung der Lichtstrahlen und lag somit in der hier „horizontalen Einfallsebene"; die Neigung der Axe gegen die Ebene des Rahmens zeigte bei Zuhilfenahme von Anlegegoniometern keine merkliche Abweichung von der Grösse eines rechten Winkels.

Zur Aufstellung der drehbaren Gläserkombination und der als Collimator dienenden Sammellinse, sowie zur Messung des Winkels, unter welchem das hinreichend parallele Lichtbündel auf die planparallele Platte auffiel — des später mit ϑ bezeichneten „Einfallswinkels" — diente ein aus Melloni's Thermo-Multiplikator entnommenes längeres Stück in Verbindung mit einem Teilkreis. Das aus genanntem Apparat entlehnte Stück bestand aus einem parallelepipedischen, mit Stellschrauben versehenen, schweren Holzteil, welcher mit einer horizontal darüber angebrachten, massiven Eisenschiene in fester Verbindung stand. An der oben scharfkantig zulaufenden Metallschiene — welche bei Melloni's Apparat die Verstellbarkeit der Thermosäule, der Lampe, des Tischchens etc. bezweckt — wurde die an einem Stativ befestigte Sammellinse senkrecht zur Schienenrichtung so angeschraubt, dass sie um ihre eigene Brennweite (circa 15 cm) von der kreisförmigen Oeffnung des dunklen Schirms entfernt war. Dabei lag das, die Lichtquelle gewissermassen vertretende, leuchtende Loch des Schirms in derselben Höhe, wie der Mittelpunkt der Linse (also auf deren Axe) und zwar senkrecht über dem einen Ende der Metallschiene. Am anderen Ende derselben wurde in genau horizontaler Ebene ein Teilkreis befestigt, um dessen durch den Mittelpunkt gehende vertikale Axe ein Nonius herumgeführt werden konnte. Diese Bewegung wurde vollzogen durch einen an der Axe angebrachten horizontalen Metallarm, durch dessen Drehung der mit ihm in Verbindung stehende Nonius sich längs der Peripherie des festliegenden Teilkreises fortbewegte. Andererseits konnte aber auch durch Anziehen einer an der Drehaxe befindlichen Schraube der Nonius und der mit ihm fest verbundene schienenförmige Metallarm sammt Zubehör während der Beobachtungen ganz unbeweglich eingestellt werden. Der Teilkreis war an seinem Umfang in 360 einzeln abzulesende Grade eingeteilt; der zugehörige vorläufige Nonius teilte scheinbar in 60tel, d. h. in Minuten. Da aber in Wirklichkeit auf dem Nonius nur 30 Teilstriche eingezeichnet waren (entsprechend den dort angebrachten „geraden" Zahlen von Null bis 60), so war die direkte Ablesung eines Winkels mit Hilfe des Nonius nur genau bis auf 2 Bogenminuten — eine Grösse, die übrigens noch völlig innerhalb der Grenzen der wahrscheinlichen Beobachtungsfehler liegt.

An dem, die Bewegung des Nonius ausführenden, horizontalen Metallarm wurde die Gläserkombination befestigt, allerdings nicht unmittelbar, sondern mit Hilfe eines rechtwinklig geformten Zwischenstücks. Der vertikale Schenkel des letzteren war ein cylindrischer Messingstab, dessen unteres Ende an dem schienenförmigen Metallarm in beliebiger Entfernung von der Drehaxe angeschraubt werden konnte. Am oberen Ende jenes aufrechten Metallstabs befand sich eine horizontale Bohrung, in welcher ein massiver, wagrechtliegender Kupferstift, der an die Metallfassung der Gläserkombination gelötet wurde, durch eine Schraube konstant festgeklemmt war. Durch Verschiebung des aufrechten Messingstabs längs des horizontalen Metallarms wurde die Gläserkombination in genau vertikaler Ebene so aufgestellt, dass die verlängert gedachte Drehaxe durch den gemeinschaftlichen Berührungspunkt von Platte und Linse in der Ebene der ersteren

hindurchging. Obwohl diese Anordnung zur Bestimmung des Einfallswinkels nach der Theorie der Rotationen nicht gerade notwendig ist, so war dies doch insofern vorteilhaft, als dadurch die Gläserkombination beim Drehen des Arms keine zu grossen Bewegungen ausführte, sondern nur um ihre eigene vertikale Mittellinie sich zu drehen schien. Bis zu einem gewissen Grad war dies Arrangement allerdings auch geboten, da bei Ausführung der Messungen das verhältnismässig kurze Mikroskop der Gläserkombination ziemlich nahe gebracht werden musste, um die Interferenzerscheinung überhaupt nur wahrzunehmen.

Die Gläserkombination selbst wurde an ihrem Rand durch eine eigens gefertigte ringförmige Metallfassung zusammengehalten. An die Innenfläche der einen Fassung wurden mehrere Kupferstifte gelötet, welche die Gestalt von Schraubenspindeln erhielten und durch Bohrungen der anderen Fassung hindurchgingen. Durch gleichmässiges Anziehen der Schraubenmuttern wurde die planparallele Platte an die konvexe Fläche der sie berührenden plankonvexen Linse leicht angedrückt, bis die Ringe in der Mitte der cylindrischen Gläserkombination zum Vorscheine kamen.

Die Dicke der plankonvexen Linse — gemessen am Pol der sphärischen Fläche mit Hilfe eines Instruments, das den 100. Teil eines Millimeters noch genau angab — betrug $d = 6{,}144$ mm (Mittel aus 20 Einzelmessungen); für jene der planparallelen Platte ergab sich analog $d = 6{,}172$ mm, Grössen, von denen die letztere der Theorie gemäss hier übrigens nicht in Betracht kommt.

Der Krümmungs-Radius r der konvexen Linsenfläche wurde nach verschiedenen Methoden bestimmt. Hierbei ergab neben dem von F. Kohlrausch beschriebenen Verfahren für schwach gekrümmte Flächen die von Herrn Sohncke[1]) angewandte Modifikation (mit feinen Fäden) bei sorgfältiger Anordnung relativ noch die befriedigendsten Resultate. Als wahrscheinlichsten Wert lieferte das Mittel aus 15 Einzelmessungen: $r = 637$ cm, welche Zahl auch später der Berechnung zu Grunde gelegt wurde. —

Zur Bestimmung des mittlern Brechungs-Exponenten von Platte und Linse, die wegen ihrer Grösse in das Kohlrausch'sche Totalreflektometer nicht eingeführt werden konnten, kam ausser dem alten Verfahren von duc de Chaulnes namentlich auch die neuere Methode von Liebisch unter Benützung des Fuess'schen Apparats zur Verwendung. Aus mehrfachen, mit einander in guter Uebereinstimmung stehenden Messungen resultierte hierbei für den mittleren Brechungs-Exponenten der Wert $n = 1{,}53$. — Bei allen Messungen wurde ein und dieselbe Gläserkombination benützt, welche nebst dem etwa 25fach vergrössernden Mikroskop aus der physikalischen Werkstätte von „Reinfelder u. Hertel in München" für den Beobachter eigens bezogen wurde.

Den Forderungen, dass die Höhenverschiebung des Mikroskops in stets vertikaler Richtung, die Quer- und Axen-Verschiebung in horizontaler und auf einander senkrechter Richtung vor sich ging, dass ferner die Ebene des Teilkreises genau wagrecht lag etc., diesen Forderungen genügte man wiederholt und sorgfältigst durch Zuhülfenahme von Pendeln, Senkeln, Libellen, Anlegegoniometern und selbst mikroskopischen Erscheinungen.

Um den richtigen „Einfallswinkel" des auf die planparallele Platte auffallenden

---

[1]) Sohncke und Wangerin, Wied. Ann. 12, p. 7, 1881.

parallelen Lichtbündels zu erhalten, war es nötig, die ebenen Grenzflächen der cylindrischen Gläserkombination 1) in vertikaler Ebene (d. h. parallel zur Drehaxe), 2) senkrecht zur Einfallsrichtung der Lichtstrahlen so exakt als möglich einzustellen. Ersteres Postulat wurde dadurch erreicht, dass man bei verschiedenen, am Arm ausgeführten Drehungen der Gläserkombination das Mikroskop auf die Risse und Staubteilchen (Lycopodiumkörner) der beiden begrenzenden ebenen Glasflächen scharf einstellte und hierauf das Instrument vermittelst der Höhenschraube von oben nach unten verschob. Während dieser Bewegung mussten die im Schnittpunkt des Fadenkreuzes erscheinenden Risse und materiellen Punkte der ebenen Glasflächen stets gleich deutlich gesehen werden, was durch minimale Drehungen des am Arm angeschraubten aufrechten cylindrischen Messingstabes erreicht werden konnte. Um der zweiten nicht minder wichtigen Forderung zu genügen, welche darauf abzielt, am festliegenden Teilkreis jene Einstellung des Nonius abzulesen, welche den „senkrecht“ auf die Gläserkombination auffallenden Lichtstrahlen entspricht (normale Stellung), wurde folgendes „**Reflexionsverfahren**“ angewandt: Bei unveränderter Stellung der als Collimator dienenden Sammellinse liess man Licht statt durch die kreisförmige Oeffnung des Schirmes durch einen an derselben Stelle angebrachten feinen Spalt gehen. Durch teilweise Reflexion jenes Lichts an der planparallelen Platte der Gläserkombination entstand in der Brennpunktsebene der Sammellinse (zugleich Ebene des Spalts) ein deutliches, scharf markiertes, reelles Spaltbild, welches durch Drehen der Gläserkombination vermittelst des wagrechten Armes nun so dirigiert wurde, dass es mit dem Spalte selbst zusammenfiel. Dadurch war man sicher, dass die Einfallsrichtung der Lichtstrahlen — weil in sich selbst reflektiert — auf der Ebene der planparallelen Platte genau senkrecht stand. Nun erfolgte die Ablesung der Einstellung des Nonius vermittelst Lupe am Teilkreis (Mittel aus mehreren Beobachtungen), wodurch sich eine Winkelgrösse ergab, die als Nullpunkt ($\vartheta = 0^0$) allen übrigen Einfallswinkeln zu Grunde gelegt wurde. — Ausserdem wurde bei dieser „normalen“ Stellung der Gläserkombination noch kontrolliert, ob die Richtung der Mikroskopaxe innerhalb der horizontalen Einfallsebene mit der stets unveränderten Einfallsrichtung der Lichtstrahlen genau zusammenfiel, d. h. auch geprüft, ob die Ebene des Messingrahmens zur Ebene der Gläserkombination beim Einfallswinkel $\vartheta = 0^0$ parallel war; dieser Forderung zu genügen, war bei der Herleitung gewisser Resultate aus den Beobachtungsdata (vgl. § 2, Formel II.) geboten. Zu diesem Zweck stellte man, analog wie früher, das Mikroskop auf die ebenen Grenzflächen der cylindrischen Gläserkombination scharf ein und beobachtete, ob bei den jedesmaligen Quer- und Höhenverschiebungen des Instruments die Risse und Staubteilchen einer und derselben ebenen Glasfläche stets gleich deutlich erscheinen, was sich durch kleine Drehungen des Messingrahmens um die Axe des Stativs bewirken liess.

Da zur Messung der Höhen- und Axenverschiebungen des Mikroskops mit Hülfe der Teilmaschine erst feine Längenteilungen hergestellt werden mussten, — während die Querverschiebungen direkt an der graduierten Trommel einer Mikrometerschraube abgelesen werden konnten — so war, um einen einheitlichen exakten Maßstab zu erzielen, es vor allem auch notwendig, die Ganghöhe der Querschraube am Rahmen mit der Schraubenhöhe der Teilmaschine genau zu vergleichen. Aus mehreren, mit einander gut

übereinstimmenden Messungen, durchgeführt nach dem „Prinzip der entgegengesetzten gleichen Verschiebung“ ging indessen hervor, dass beide Schraubenhöhen in keinem einfachen ganzzahligen Verhältnis zu einander stehen. Zur Vermeidung zeitraubender Umrechnungen zog ich es daher vor, die am Metallrahmen angebrachte und der Mikrometerschraube entsprechende feine Längenteilung (Querskala mit halben Millimetern) vermittelst der Teilmaschine und des an ihr befindlichen Mikroskops doppelt zu kopieren, nämlich auf dem Rohr meines Beobachtungs-Instruments, wie auf dem Messingrohr des Stativs, entsprechend der Axen- resp. Höhenverschiebung des Mikroskops. — Da an der Querschraube einer vollen Umdrehung der Trommel eine Längenverschiebung von $^1/_2$ mm entsprach, so erklärt sich hierdurch zugleich auch die Thatsache, dass als „Maßstabseinheit“ bei den dreifach möglichen Verschiebungen das „halbe Millimeter“ durchweg zu Grunde gelegt wurde.

Mein äusserst stabiler, schwerer Arbeitstisch stand an ruhiger Stelle auf einer eigens ausgewählten, im Boden befindlichen, steinernen Unterlage, wodurch allenfallsige Erschütterungen des Beobachtungsapparates und insbesondere der Gläserkombination soviel als möglich vermieden werden sollten. Auch der Temperatureinfluss dürfte sich — wenigstens bis zu einem gewissen Grad — von selbst durch die Umstände verringert haben, unter welchen die Beobachtungen angestellt wurden. Obschon sich nämlich durch den Verbrennungsprozess des leuchtenden Gases eine kleine Erhöhung der Temperatur wohl nicht ganz vermeiden lässt, so war doch andererseits zur Ausgleichung jener unliebsamen Störungen mein Arbeitssaal sehr hoch und geräumig und wurden ausserdem die Beobachtungen nur in den Nachmittagsstunden, also bei abnehmender Tagestemperatur vorgenommen. Trotzdem ist nicht zu leugnen, dass die mittleren Einstellungen des Mikroskops auf einen und denselben Punkt der Interferenzfläche an verschiedenen Tagen nicht immer genau die gleichen waren, was entweder durch unvermutete Erschütterungen oder wahrscheinlicher durch kleine Temperaturveränderungen veranlasst worden sein dürfte. Infolge dieser Umstände erwies es sich als notwendig, die in einer einzelnen Tabelle zusammengestellten und unter sich zu verknüpfenden Beobachtungen innerhalb 4—5 Nachmittagsstunden so rasch als möglich hinter einander auszuführen, zumal die nächst folgenden Messungen erst nach Ablauf von 2 Tagen regelmässig wieder aufgenommen werden konnten.

Bei Einstellung des Mikroskops auf grösste Deutlichkeit fasste ich in der eng begrenzten Mitte des Gesichtsfeldes (Schnittpunkt des Fadenkreuzes) vorzugsweise nur die „dunklen“ Ringe ins Auge, nicht aber die „hellen“ Ringe, obgleich theoretische Gründe dafür sprechen, dass im durchgehenden Licht die dunklen Ringe nur unvollkommen dunkel, die hellen Ringe dagegen vollkommen hell erscheinen. Trotzdem konnte ich bei genauer Prüfung mich nicht dafür entscheiden, auf die hellen Ringe einzustellen, weil — wie mir schien — das Auge des Beobachters hier viel leichter die Zunahme oder Abnahme von Dunkelheit, als von Helligkeit zu erkennen vermag. Dies dürfte auch schon aus der Thatsache folgen, dass die dunklen Ringe bei der Axenverschiebung des Mikroskops überhaupt nur innerhalb gewisser Grenzen sichtbar sind, während bei gelber Beleuchtung ein gewisser Grad von Helligkeit selbst bei derjenigen Mikroskopstellung noch zu erkennen ist, bei welcher die dunklen Ringe aus dem Gesichtsfeld schon vollständig verschwunden sind.

Was die verschiedenen Einfallswinkel des Lichts anlangt, deren Grösse zwar nicht den Charakter der Interferenzfläche, aber doch ihre Lage und räumliche Ausdehnung beeinflusst, so wurden dieselben ganz beliebig gewählt, abgesehen von dem $\sphericalangle \vartheta = 54^0 44'$, welcher theoretischen Folgerungen gemäss einem Maximalwert des $\sphericalangle \omega$ entspricht, wenn letztere Grösse die Neigung der „Hauptgeraden" gegen die Ebene der Gläserkombination bezeichnet. Der grösste von den 4 verschiedenen Einfallswinkeln, die bei Ausmessung der Interferenzorte meist zur Anwendung kamen, war $\vartheta = 60^0 40'$, wobei zu bemerken ist, dass ein noch grösserer Winkel für das Mikroskop kaum mehr zugänglich und dem Eintritt des Lichts hinderlich gewesen wäre. Beim Uebergang zu den verschiedenen Einfallswinkeln wurde das Linsensystem vermittelst des an der Drehaxe angebrachten Arms stets im Sinne der Bewegung des Zeigers einer Uhr gedreht, so dass also — vom Beobachter aus gesehen — die „lichtferne" Hälfte der Gläserkombination auf der rechten, die „lichtnahe" auf der linken Seite sich befand.

Zu den angestellten Messungen und deren Ergebnissen selbst übergehend, möge man der Thatsache nicht vergessen, dass die Interferenzerscheinungen der Newton'schen Ringe im „durchgehenden" Licht noch viel weniger deutlich sind, als im „reflektierten" Licht — ein Umstand, welcher sich bei den Messungen innerhalb der „zentralen Querebene" dem Beobachter ganz besonders fühlbar macht.

---

§ 2. Bestimmung der Hauptgeraden der Interferenzfläche — bei 4 verschiedenen Einfallswinkeln —.

Um die scheinbaren Interferenzorte innerhalb der „centralen Einfallsebene", d. h. in der durch das Centrum des weissen Flecks gelegten — hier horizontalen — Einfallsebene des Lichts zu prüfen, wurde das Mikroskop mit Hülfe der Quer- und Höhenschraube zunächst auf die Mitte des weissen Centralflecks so genau als möglich eingestellt. Dies geschah dadurch, dass man die auf einander senkrechten Fäden des im Mikroskoprohr angebrachten Fadenkreuzes als horizontale resp. vertikale Tangenten an einen und denselben dunklen Ring legte und durch Halbierung der hierzu erforderlichen Höhen-, bezw. Querverschiebungen die wahre Lage des scheinbaren Centrums ermittelte. Hierauf kam nur noch die Trommel der Querschraube zur Anwendung, durch deren Drehung das Beobachtungs-Instrument innerhalb der centralen Einfallsebene gegen das lichtferne Ende des Ringsystems horizontal verschoben wurde, von wo aus die Messungen der Hauptgeraden in der Richtung gegen die lichtnahe Hälfte stets ihren Anfang nahmen. Die diesbezüglichen Beobachtungen und Messungen, welche bei 4 verschiedenen Einfallswinkeln in gleich ausführlicher Weise durchgeführt wurden, sollen nun auszugsweise, analog dem von Hrn. Sohncke im reflektierten Licht eingeschlagenen Verfahren, mitgeteilt werden:

1) Einfallswinkel $\vartheta = 18^0\,12'$.

Die erste Spalte der nachfolgenden Tabelle enthält die horizontalen Querverschiebungen X_0 des Mikroskops und zwar gerechnet von einem festen, aber willkürlichen Anfangspunkt, da diese Zahlen — als Abscissen aufgefasst — bei der später angewandten „Methode der kleinsten Quadrate“ stets in den Calkül eingehen. Die 2. Spalte gibt die abgezählte Nummer des im Schnittpunkt des Fadenkreuzes scharf eingestellten Rings an, während die 3. Spalte das Aussehen oder die Schärfe jener Ringnummer bezeichnet.

Tabelle 1.

Querverschiebung X_0 $^1/_2$ mm	Dunkle Ring-No. beobachtet	Aussehen	Mikroskoprohr $^1/_2$ mm					Mittel M $^1/_2$ mm	Axenverschiebung Z_0 $^1/_2$ mm	Mittl. Einstellungen auf die 3 ebenen Flächen U, V, W der Gläsercomb. $^1/_2$ mm
0,00	71—72 lichtf.	Ringe gut einstellbar	21,8 22,1	22,4 21,2	21,2 21,9	22,0 22,7	22,8 22,1	22,02	0,00	W sichtbar bei 35,50 V „ „ 27,03 U „ „ 19.12
5.00	51 „	„ „	21,7 21.5	21,1 20,3	20,7 20,9	21,6 22,1	21,2 21,3	21,24	0.78	W „ „ 33.87 V „ „ 25,36 U „ „ 17,52
10,00	33—34 „	noch gut messbar	20,6 20,2	20,0 19,2	20,7 20,5	21,1 20,3	20,5 20,4	20,35	1,67	W „ „ 32,26 V „ „ 23,76 U „ „ 15,87
15,00	20 „	weniger scharf	18,4 19,0	19,8 20,8	20,7 19,3	19,3 18,6	20,1 19,9	19,59	2,43	W „ „ 30,57 V „ „ 22,11 U „ „ 14,26
20.00	10—11 „	ziemlich verschwommen	17,8 19,8	18,6 18,1	19,6 18,5	17,0 17,7	18,2 18,4	18,37	3,65	W „ „ 28,96 V „ „ 20,52 U „ „ 12,57
25,00	3—4 „	Ringe sehr undeutlich und breit	16,2 17,3	18,0 15,4	17,9 17,8	15,0 16,9	17,2 17,3	16,90	5,12	W „ „ 27,29 V „ „ 18,91 U „ „ 10,99
30,00	0—1 „	—	wegen der unmittelbaren Nähe des weissen Centralflecks überhaupt nicht einstellbar					—	—	W „ „ 25,64 V „ „ 17,27 U „ „ 9,29
35,00	1—2 lichtn.	kaum unterscheidbar	16,6 15,9	14,8 13,4	15,7 15,1	13,9 16,4	14,2 14,8	15,08	6,94	W „ „ 24,05 V „ „ 15,58 U „ „ 7,67
40,00	5—6 „	schwer einstellbar	15,2 13,6	13,4 14,7	14.9 16,0	16,1 15,3	15.0 14,0	14,82	7,20	W „ „ 22,37 V „ „ 13,95 U „ „ 6,00
45,00	13 „	noch ziemlich verwaschen	14,5 13,8	12,9 14,0	13,8 15,5	15,4 13,0	13,9 15,2	14,20	7,82	W „ „ 20,73 V „ „ 12,37 U „ „ 4,41
50,00	23—24 „	noch etwas verschwommen	14,6 12,7	13,2 14,5	12,3 13,4	13,8 12,9	13,6 13,1	13,41	8,61	W „ „ 19,08 V „ „ 10,69 U „ „ 2,77
55,00	38—39 „	weniger verschwommen	13,9 12,7	12,6 13,8	13,2 11,9	11,8 13,6	12,1 13,2	12,88	9,14	W „ „ 17,46 V „ „ 8,99 U „ „ 1,14
60,00	56—57 „	besser messbar	12.9 12,5	11,7 11,6	12,6 13,3	13,4 11,8	13,0 12,8	12,56	9,46	W „ „ 15,80 V „ „ 7,35 U „ „ —
65,00	78 „	gut einstellbar	11,1 11,7	12,0 10,6	11,4 11,0	10,5 12,1	10,9 11,8	11,31	10,71	W „ „ 14,19 V „ „ 5,73 U „ „ —
70,00	103—104 „	Ringe äusserst fein u. ziemlich scharf einstellbar	10,4 10,8	9,6 10,2	10,3 9,5	9,8 10,7	10,9 10,0	10,22	11,80	W „ „ 12,54 V „ „ 4,02 U „ „ —

Die Zahlen der 4. Spalte liefern die Einstellungen des Mikroskoprohrs auf grösste Deutlichkeit (je 10 Einzelmessungen), wobei der Nullpunkt der Skala wiederum eine fixe, aber beliebige Lage einnimmt. Die 5. Spalte enthält die arithmetischen Mittel M aus den jedesmaligen Einstellungen eines und desselben Rings, während die 6. Spalte Z_0 die entsprechende Zahl der 5. vermindert um die Anfangseinstellung repräsentiert (sogen. „Axenverschiebung" des Mikroskops). In der 7. Spalte finden sich endlich noch als Mittel aus je 3 Einzelbeobachtungen die Einstellungeu des Mikroskoprohrs auf die 3 ebenen Glasflächen U, V, W, von welchen die erstere dem Licht, die letztere dem Beobachter zugekehrt ist, während die mittlere Glasfläche V die ebene Berührungsfläche der planparallelen Platte UV bezeichnet. (Vgl. Fig. 2.)

In Fig. 3 sind die horizontalen Querverschiebungen des Mikroskops (Abscissen X_0) vom Anfangspunkt O aus nach links hin aufgetragen und senkrecht zu denselben als Ordinaten die Axenverschiebungen Z_0 des Mikroskops, beidemal in doppelter natürlicher Grösse. Die Verbindungslinie der auf einander folgenden Endpunkte jener Ordinaten liefert dann im allgemeinen eine Curve, deren Gestalt trotz mannigfacher Abweichungen an den Verlauf einer geraden Linie erinnert und die Richtung der Hauptgeraden der Interferenzfläche repräsentiert.

Um die wahre Lage sowie den Neigungswinkel ω jener geraden Linie gegen die (hier vertikale) Ebene der Gläserkombination zu ermitteln, betrachte man Figur 2, woselbst U_0, V_0, W_0 die normale Stellung bei senkrecht auffallendem Licht ($\vartheta = 0^0$) und U, V, W die Lage des Linsensystems nach beliebiger Drehung um den gewünschten Einfallswinkel ϑ andeuten soll. Denkt man sich das Mikroskop, dessen Axenrichtung RH' mit der des einfallenden Lichts LL' stets zusammenfällt, um eine beliebige Strecke $OR = X_0$ von der lichtfernen Hälfte gegen die lichtnahe horizontal verschoben, so bedurfte man zum deutlichen Sehen der nach einander scharf eingestellten Punkte O_h und R_h jener Hauptgeraden H — H einer Vorschiebung des Mikroskops um eine gewisse Strecke $RH' = Z_0$. Hierbei verläuft OH' parallel zur Hauptgeraden durch den Punkt O, so dass der von der Ebene des Rahmens (OR) und der Richtung der Hauptgeraden eingeschlossene Winkel

$$\varphi = \text{arc. tang.} \left(\frac{Z_0}{X_0}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

sich direkt aus den messbaren Quer- und Axenverschiebungen des Mikroskops ergibt. Denkt man sich ferner durch O noch eine Hilfsebene OW' parallel zur Ebene der Gläserkombination, etwa zu W — W, gezogen, so schliesst dieselbe 1) mit der Ebene des Rahmens OR offenbar den Einfallswinkel ϑ und 2) mit der Richtung der Hauptgeraden OH' den gesuchten Neigungswinkel ω ein, so dass unmittelbar die geometrische Relation hervorgeht:

$$\omega = \vartheta - \varphi = \vartheta - \text{arc. tang} \left(\frac{Z_0}{X_0}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

[Letztere Beziehung resultiert auch aus dem $\Delta\, S\, N\, O_h$ unter Anwendung des Satzes vom Aussenwinkel ϑ an der Ecke N].

Der wahrscheinlichste Wert für die gesuchte Neigung ω wurde dadurch ermittelt, dass man nach der „Methode der kleinsten Quadrate", also unter Berücksichtigung

sämmtlicher Beobachtungen, zunächst den wahrscheinlichsten Wert des Hilfswinkels φ bestimmte. Einfache mathematische Betrachtungen, davon ausgehend, dass die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum werden muss, lieferten für die Richtungs-Constante tang φ die zur numerischen Berechnung dienliche Formel:

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{\Sigma X_0 \,.\, \Sigma Z_0 - n \,.\, \Sigma (X_0 \,.\, Z_0)}{(\Sigma X_0)^2 - n \,.\, \Sigma (X_0^2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (III)$$

wobei sich die angedeutete Summation im Zähler wie Nenner auf die Anzahl n sämmtlicher Beobachtungsgrössen erstreckt. Ausserdem erschien es gerechtfertigt, den Mikroskopeinstellungen Z_0 in der Nähe des weissen Centralflecks wegen der grossen Verschwommenheit jener Interferenzorte ein geringeres Zutrauen zu schenken und sie mit nur halbem Gewicht in den Kalkül einzuführen.

Beim Einfallswinkel $\vartheta = 18^0 12'$ ergab sich auf diese Weise aus Tabelle 1 und Formel (III) Winkel $\varphi = 9^0 18'$, also

$$\omega = \vartheta - \varphi = 8^0 54'.$$

Um die wahre räumliche Lage der Hauptgeraden innerhalb des Linsensystems zu ermitteln, wurden, wie die letzte Spalte von Tabelle 1 zeigt, auch die jedesmaligen mittleren Einstellungen des Mikroskops auf die 3 ebenen Flächen U, V, W der cylindrischen Gläserkombination aufgesucht. Diese Beobachtungsmethode war hier schon deshalb angezeigt, weil die beiden Austrittspunkte der Hauptgeraden aus den ebenen Grenzflächen U und W des Linsensystems infolge der geringen Neigung $\omega = 8^0 54'$ überhaupt nicht mehr zugänglich waren. Die mikroskopisch ausgemessenen Punkte der Hauptgeraden lagen hier somit sämtlich „innerhalb" der Gläserkombination und waren daher sicher nur „virtuelle" Interferenzorte. Es erhellt dies am besten aus Tabelle 1, wenn man dortselbst die in der 5. und 7. Spalte angegebenen mittleren Einstellungen des Mikroskops auf die Hauptgerade einerseits und die 3 ebenen Glasflächen U, V, W andererseits miteinander vergleicht. Man erkennt daraus sofort, dass auf der „lichtfernen" Hälfte die scheinbaren Interferenzorte der Hauptgeraden (dargestellt durch die Zahlen unter M) 1) sämmtlich innerhalb der planparallelen Platte U V verlaufen und 2) der Berührebene V um so näher liegen, je weiter man vom lichtfernen Ende der Hauptgeraden gegen die Mitte des weissen Centralflecks vorrückt. In der Nähe dieses Centrums — woselbst infolge der grossen Verschwommenheit der Interferenzen die Einstellungen auf die Hauptgerade erfahrungsgemäss ziemlich unsicher werden — scheint letztere Gerade die Berührebene V der Glasplatte zu passieren, um sodann auf der „lichtnahen" Hälfte sich immer mehr der zugewandten ebenen Fläche W der plankonvexen Linse zu nähern. Der hier noch unzugängliche Schnittpunkt S der Hauptgeraden mit der letztgenannten Fläche W konnte später (bei grösseren Einfallswinkeln) durch Angabe der austretenden Ringnummer auch direkt beobachtet werden. (Vgl. Tabelle 9.)

Für denselben Einfallswinkel wurde noch eine zweite Beobachtungsreihe ausgeführt, wobei jedoch die als Abscissen aufgefassten Querverschiebungen X_0 ein grösseres Intervall hatten. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengestellt, in welcher die Bezeichnungen wie in Tabelle 1 zu verstehen sind.

Tabelle 2.

X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm	X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm
0,00	83—84 lichtf.	22,42	0,00	40,00	3 lichtn.	15,29	7,13
10,00	42 „	20,76	1,66	50,00	18 „	14,18	8,24
20,00	15—16 „	19,14	3,28	60,00	47—48 „	12,50	9,92
30,00	1—2 „	16,95	5,47	70,00	90—91 „	10,87	11,55

Nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet sich hieraus mittelst Formel (III) für den wahrscheinlichsten Wert von φ, wenn die innersten Messungen wegen der mangelhaften Einstellungsschärfe wiederum mit nur halbem Gewicht eingeführt werden:

$$\varphi = 9^0\,16', \text{ also } \omega = \vartheta - \varphi = 8^0\,56'.$$

Somit resultiert als arithmetisches Mittel der aus den beiden Versuchsreihen gefundenen wahrscheinlichsten Werte von ω hier für die Neigung der Hauptgeraden:

$$\omega = 8^0\,55'.$$

2) Einfallswinkel $\vartheta = 30^0\,28'$.

Die für diesen Winkel ausgeführten Messungen sind, wie alle weiteren gleichartig angestellten Beobachtungen, in den nachfolgenden Tabellen der Kürze halber nur auszugsweise mitgeteilt.

Tabelle 3.

X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm	X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm
0,00	67—68 lichtf.	28,13	0,00	35,00	2—3 lichtn.	16,45	11,68
5,00	47 „	26,46	1,67	40,00	9 „	15,22	12,91
10,00	30 „	24,74	3,39	45,00	19 „	14,81	13,32
15,00	16—17 „	23,62	4,51	50,00	33 „	13,15	14,98
20,00	7—8 „	21,24	6,89	55,00	50—51 „	11,19	16,94
25,00	2 „	19,21	8,92	60,00	72—73 „	9,87	18,26
30,00	0—1 lichtn (Centr.-Fleck)	nicht einstellbar.		—	—	—	—

Mit Hilfe der unter X_0 und Z_0 enthaltenen Zahlen von Tabelle 3 wurde die graphische Darstellung der Hauptgeraden in Figur 4 Taf. II entworfen. Erteilt man hierin den vier innersten Messungen wegen der Verschwommenheit jener Interferenzerscheinungen wiederum nur das halbe Gewicht, so berechnet sich nach der Methode der kleinsten Quadrate als wahrscheinlichster Wert für die gesuchte Neigung der Hauptgeraden:

$$\omega = 13^0\,51'.$$

Eine zweite, für denselben Einfallswinkel angestellte, Beobachtungsreihe ergab bei gleich grossen Abscissen X_0, aber geändertem Anfangspunkt folgende Resultate:

Tabelle 4.

X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm	X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm
0,00	77 lichtf.	28,81	0,00	35,00	1—2 lichtn.	17,69	11,12
5,00	54—55 „	27,29	1,52	40,00	6 „	16,40	12,41
10,00	36 „	26,02	2,79	45,00	14—15 „	15,78	13,03
15,00	21—22 „	24,20	4,61	50,00	27 „	13,99	14,82
20,00	10—11 „	22,27	6,54	55,00	42—43 „	12,73	16,08
25,00	3—4 „	20,54	8,27	60,00	63—64 „	11,22	17,59

Mit Hilfe der obigen Formeln (III) und (II) findet sich hieraus auf ganz analoge Weise, wie früher:

$$\omega = 14^0\,15'.$$

Das arithmetische Mittel der aus beiden Beobachtungsreihen gefundenen wahrscheinlichsten Werte liefert mithin für die Neigung der Hauptgeraden in Bezug auf die Ebene der Gläserkombination:

$$\omega = 14^0\,3'.$$

3) Einfallswinkel $\vartheta = 54^0 44'$.

Die in der nachfolgenden Tabelle aus einer ersten Beobachtungsreihe gewonnenen Resultate dienten zur Construktion der in Figur 5 Taf. II skizzierten Hauptgeraden, deren Neigung ω bei wachsendem Einfallswinkel bisher eine merkliche Vergrösserung erkennen lässt.

Tabelle 5.

X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm	X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm
0,00	70 lichtf.	41,73	0,00	30,00	4 lichtn.	20,01	21,72
5,00	44—45 „	38,30	3,43	35,00	13—14 „	17,26	24,47
10,00	24—25 „	34,64	7,09	40,00	28 „	13,77	27,96
15,00	11 „	31,25	10,48	45,00	49 „	10,22	31,51
20,00	2—3 „	27,22	14,51	50,00	75—76 „	6,74	34,99

Nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt sich hieraus für die Neigung der Hauptgeraden bei Einführung des halben Gewichts für die innersten, dem Centralfleck zunächst liegenden Messungen:

$$\omega = 19^0\,48'.$$

Eine zweite, bei anderer Ringzahl begonnene Versuchsreihe lieferte für denselben Einfallswinkel folgende Beobachtungsresultate:

Tabelle 6.

X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm	X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm
0,00	82 lichtf.	43,45	0,00	30,00	2 lichtn.	21,51	21,94
5,00	54—55 „	39,97	3,48	35,00	8—9 „	18,60	24,85
10,00	32—33 „	36,35	7,10	40,00	21 „	15,24	28,21
15,00	20 „	32,74	10,71	45,00	39—40 „	11,78	31,67
20,00	5—6 „	28,76	14,69	50,00	63—64 „	8,22	35,23

Vermittelst der obigen Formeln (III) und (II) findet man hieraus (unter Berücksichtigung der verschiedenen Gewichte) auf gleiche Weise. wie vorher:

$$\omega = 19^0\,25'.$$

Das Mittel aus den beiden wahrscheinlichsten Werten von ω ergibt somit hier für die Neigung der Hauptgeraden:

$$\omega = 19^0\,37'.$$

4) Einfallswinkel $\vartheta = 60^0\,40'$.

Da mit wachsendem Einfallswinkel die horizontalen Querverschiebungen (Abscissen X_0) des Mikroskops in Bezug auf die Ebene der Gläserkombination auch wachsende Projektionen liefern, die — weil in der Richtung der Mikroskopaxe ausgeführt — gleich $\frac{X_0}{\cos\vartheta}$ sind, so wurden, um eine grössere Anzahl von Punkten der Hauptgeraden hier auszumessen, in Tabelle 7 Querverschiebungen von geringerer Distanz angewandt. Mit Hilfe der unter X_0 und Z_0 enthaltenen Beobachtungsresultate wurde Fig. 6 Taf. II entworfen, welche neben Figur 5 besonders deutlich zeigt, dass man berechtigt ist, die Curve für die scheinbaren Interferenzorte innerhalb der centralen Einfallsebene für eine „gerade" Linie zu erklären.

Tabelle 7.

X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0	X_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Z_0 $^1/_2$ mm
0,00	58 lichtf.	45,42	0,00	21,00	0—1 lichtn.	—	—
3,00	42—43 „	42,73	2,69	24,00	2 „	23,46	21,96
6,00	29—30 „	40,15	5,27	27,00	6 „	20,93	24,49
9,00	19 „	37,47	7,95	30,00	12—13 „	18,80	26,62
12,00	10—11 „	34,70	10,72	33,00	21—22 „	16,21	29,21
15,00	4—5 „	31,57	13,85	36,00	33 „	13,45	31,97
18,00	1—2 „	28,75	16,67	39,00	46—47 „	10,84	34,58

Hieraus berechnet sich, wenn den innersten Messungen wegen der Undeutlichkeit jener Interferenzerscheinungen wiederum nur das halbe Gewicht zuerteilt wird, nach der Methode der kleinsten Quadrate für die gesuchte Neigung der Hauptgeraden:

$$\omega = 19^{0}\,6'.$$

Für denselben Einfallswinkel wurde endlich noch eine zweite Versuchsreihe ausgeführt, in welcher sowohl Ausgangspunkt als auch die Grösse der Querverschiebungen X_0 geändert wurden; die hierbei gewonnenen Messungsresultate sind in der nachfolgenden Tabelle 8 zusammengestellt:

Tabelle 8.

X_0 ½ mm	Ring-No.	M ½ mm	Z_0 ½ mm	X_0 ½ mm	Ring-No.	M ½ mm	Z_0 ½ mm
0,00	64 lichtf.	46,29	0,00	25,00	2 lichtn.	23,37	22,92
5,00	38 „	41,72	4,57	30,00	10—11 „	19,26	27,03
10,00	18—19 „	37,31	8,98	35,00	25 „	14,77	31,52
15,00	6—7 „	32,53	13,76	40,00	47 „	10,14	36,15

Mit Hilfe der obigen Formeln (III) und (II) fand man hieraus für ω, nachdem die innersten Messungen wiederum mit nur halbem Gewicht in den Kalkül eingeführt wurden:

$$\omega = 18^{0}\,24'.$$

Mithin ergibt sich als arithmetisches Mittel der aus beiden Beobachtungsreihen gefundenen wahrscheinlichsten Werte von ω für die Neigung der Hauptgeraden in Bezug auf die Ebene der Gläserkombination:

$$\omega = 18^{0}\,45'.$$

Vergleicht man nun die aus den obigen Messungen hergeleiteten mittleren Werte von ω bei den 4 verschiedenen Einfallswinkeln unter einander, so erhellt, „dass auch im durchgehenden Licht die Neigung der Hauptgeraden mit wachsendem Einfallswinkel anfänglich zunimmt, jenseits $\vartheta = 54^{3}/_{4}{}^{0}$ aber wieder abnimmt.“ Allerdings konnte letzteres Gesetz aus schon früher angeführten Gründen (infolge von technischen Schwierigkeiten) bei keinem grösseren Einfallswinkel, als $\vartheta = 60^{0}\,40'$ hier experimentell nachgewiesen werden.

Was ferner den mehr oder minder geradlinigen Verlauf der in Figur 3—6 Taf. 2 gezeichneten Curven betrifft, so scheint es dortselbst, als ob die in der Nähe des Centrums gemessenen Ordinaten Z_0 (Axenverschiebungen des Mikroskops) meist etwas zu gross ausgefallen sind — eine Unregelmässigkeit, die sich übrigens aus der grossen Verschwommenheit jener Interferenzorte, sowie aus subjektiven Beobachtungsfehlern hinreichend erklären lässt.

Wie schon oben in Tabelle 1 beim Einfallswinkel $\vartheta = 18^{0}\,12'$ angegeben, kann man die räumliche Lage der Hauptgeraden und deren Verlauf innerhalb und ausserhalb des Linsensystems jederzeit auch dadurch kontrollieren, dass man die mittleren Einstellungen des Mikroskops auf die 3 ebenen Glasflächen U, V, W mit den entsprechenden,

nach vorn oder hinten liegenden Einstellungen auf die scheinbaren Interferenzorte unter einander vergleicht. Auch bei den 3 übrigen Einfallswinkeln fand dieses Beobachtungsverfahren zur Entscheidung über „reelle“ oder „virtuelle“ Interferenzen zweckmässige Verwendung. Dabei zeigte sich in Übereinstimmung mit den Sohncke'schen Messungen im reflektierten Licht, dass die bei grösseren Einfallswinkeln zugänglichen Austrittspunkte der Hauptgeraden aus der zugewandten ebenen Glasfläche W (Schnittpunkt S in Figur 2) stets auf der „lichtnahen“ Hälfte sich befanden und einer um so kleineren Ringnummer entsprachen, je grösser der Einfallswinkel des Lichtes war. Genauere, hierüber eigens angestellte Messungen lieferten, nachdem die vordere Glasfläche W zur besseren Erkennung mit Lykopodiumpulver schwach bestäubt worden war, folgende Resultate:

Tabelle 9.

ϑ	Nummer des die vordere Glasfl. W — auf der lichtnahen Hälfte der Hauptgeraden — berührenden Rings.	Mittel der austretenden dunklen Ring No.
18° 12′	Austretende Ring-No. noch weit über 104 liegend u. nicht mehr zugänglich.	—
30° 28′	52 48 59 45 38 47 56 47 40 49	48,1 lichtnah.
54° 44′	4 6 5 3 5	4,6 lichtnah
60° 40′	3 2 4 3 4	3,2 lichtnah

§. 3. Bestimmung der Quergeraden der Interferenz-Fläche.

Denkt man sich das Mikroskop auf den Mittelpunkt des weissen Centralflecks hingerichtet (nach dem schon früher angegebenen Einstellungsverfahren) und hierauf das Instrument vermittelst der Höhenschraube nach oben und unten verschoben, so bewegt sich die Axe des Mikroskops parallel zu sich selbst in einer zur centralen Einfallsebene senkrechten, (hier vertikalen) Ebene — der sogen. „centralen Querebene“. Die in dieser Ebene liegenden und sich stets „hinter“ der Hauptgeraden zeigenden scheinbaren Interferenzorte, bildend die „Quergerade“, versuchte ich im durchgehenden Licht bei 4 verschiedenen Einfallswinkeln möglichst genau zu ermitteln.

Hierbei ergab sich — als ein wesentlicher Unterschied von den bekannten Erscheinungen der Hauptgeraden —, dass die Interferenzen in der centralen Querebene bei mikroskopischer Beobachtung im allgemeinen viel verschwommener, matter und lichtschwächer sind und dass insbesondere die äusseren Ringe mit zunehmender Undeutlichkeit hier allmälig ganz und gar verschwinden. Letzteres trat, wie die nachfolgenden Tabellen zeigen, um so früher ein, je grösser der Einfallswinkel des Lichtes war und machte sich diese Erscheinung auch im durchgehenden Licht auffälligerweise nur be-

merkbar für die Untersuchungen mit dem Mikroskop, nicht aber für die Beobachtungen mit dem freien Auge; denn hiermit liess sich bei gehöriger Akkomodation auch in der centralen Querebene eine viel grössere Anzahl von Ringen erkennen.

Die bei den verschiedenen Einfallswinkeln hier angestellten Messungen sollen nun, wie früher, auszugsweise mitgeteilt werden:

1) Einfallswinkel $\vartheta = 18^{\circ}\,12'$.

In der nachfolgenden Tabelle 10 findet sich für den ersteren Einfallswinkel wiederum eine genauer mitgeteilte Beobachtungsreihe, in welcher die Bezeichnungen ähnlich wie in Tabelle 1 zu verstehen sind. Nur enthält hier die erste Spalte an Stelle der früheren Querverschiebungen X_0 die von einem beliebigen, aber festen Punkt aus gezählten Höhenverschiebungen Y_0 des Mikroskops, ausgeführt in der Richtung von

Tabelle 10.

Höhenverschiebung Y_0 $\frac{1}{2}$ mm	Dunkle Ring-No. beobachtet	Aussehen	Mikroskoprohr $\frac{1}{2}$ mm					Mittel M $\frac{1}{2}$ mm	Abweichung v. Total-Mittelwert (15,71) $\frac{1}{2}$ mm	Mittlere Einstell. auf die 3 eben. Glasfl. U, V, W. $\frac{1}{2}$ mm
0,00	55—56 oben	Ringe ziemlich undeutl. u. lichtschw.	15,1	14,7	15,4	16,1	15,0	15,23	— 0,48	
			15,5	15,0	14,2	15,7	15,6			
5,00	38—39 „	etwas deutlicher	15,7	16,9	15,3	17,0	16,1	16,07	+ 0,36	
			16,5	16,2	14,9	15,8	16,3			
10,00	24 „	noch leidlich messbar	16,5	14,3	15,9	14,1	16,4	15,40	— 0,31	
			14,2	15,8	16,3	16,0	14,5			
15,00	13—14 „	verschwommen	16,8	17,0	15,9	14,4	16,5	16,32	+ 0,61	
			17,1	15,8	16,7	16,8	16,2			
20,00	6 „	sehr undeutlich	16,5	17,8	16,7	14,3	15,1	16,20	+ 0,49	
			17,3	16,9	14,6	15,7	17,1			
25,00	1—2 „	äusserst verwaschene, breite Ringe	13,8	16,4	13,5	12,8	14,3	14,41	— 1,30	W sichtbar bei 23,81
			16,9	13,6	14,1	15,3	13,4			
30,00	0—1 unten	—	Mikroskop hier nicht einstellbar					—	—	V „ „ 15,27
35,00	2—3 „	sehr verschwommen	16,8	17,9	15,4	14,1	16,3	16,40	+ 0,69	U „ „ 7,05
			17,2	15,7	16,5	17,4	16,7			
40,00	7—8 „	„ „	17,0	15,5	16,8	14,3	15,6	16,11	+ 0,40	
			16,4	15,2	17,7	16,9	15,7			
45,00	16 „	weniger verwaschen	15,6	16,9	14,7	16,4	15,0	15,75	+ 0,04	
			14,3	15,8	16,5	15,6	16,7			
50,00	27—28 „	etwas besser einstellbar	15,6	14,3	15,2	16,3	14,5	15,24	— 0,47	
			15,2	15,4	14,1	15,7	16,1			
55,00	42 „	„ „	16,6	15,2	14,9	15,9	15,6	15,70	— 0,01	
			15,5	14,8	16,7	15,4	16,4			
60,00	59—60 „	—	Ringe fast verschwindend und nicht mehr einstellbar					—	—	

oben nach unten. Ausserdem finden sich in der 6. Spalte (entsprechend den früheren Axenverschiebungen Z_0) die Abweichungen der mittleren Einstellungen eines einzelnen Ringpunktes vom Total-Mittelwert (15,71), welche Grösse das arithmetische Mittel der in Spalte 5 gefundenen Zahlen bildet und der mittleren Lage der Quergeraden entspricht.

In Figur 7 Taf. II sind die Höhenverschiebungen Y_0 aus der ersten Spalte von Tabelle 10 als Abscissen von oben nach unten abgetragen und senkrecht zur mittleren Lage der (hier vertikalen) Quergeraden zeichnete ich als Ordinaten die positiven resp. negativen Abweichungen aus Spalte 6, beidemal in doppelter natürlicher Grösse. Durch kontinuierliche Verbindung der Endpunkte jener wagrechten Ordinaten ergab sich eine Curve, deren Gestalt trotz der grossen Verschwommenheit jener Interferenzerscheinungen doch noch leidlich dem Verlauf einer „geraden" Linie sich anschliesst und der „Quergeraden" entspricht. Um die räumliche Lage der letzteren in Bezug auf die Hauptgerade zu prüfen, wurde aus schärferen Einstellungen auf korrespondierende Punktpaare der Hauptgeraden, deren Mitte innerhalb der centralen Querebene aufgesucht (Centrum des weissen Flecks) und hierauf die in Richtung der Mikroskopaxe gemessene Entfernung beider sich kreuzenden Geraden ermittelt. Natürlich war es erforderlich, die das Centrum der Hauptgeraden vermittelnden Einstellungen im unmittelbaren Anschluss an die Messungen der Quergeraden so rasch als möglich hinter einander auszuführen, da beide miteinander zu verknüpfenden Beobachtungen sonst erfahrungsgemäss ein minder sicheres Resultat geliefert hätten.

Was endlich noch das allmälige Verschwinden der höheren Ringnummern innerhalb der centralen Querebene betrifft, so zeigte hier die Beobachtung, dass die Ringpunkte von Nummer 58—70 kaum mehr einstellbar und jene über 70 mikroskopisch überhaupt nicht mehr sichtbar waren. — Die scharfe Einstellung auf die Hauptgerade innerhalb der centralen Querebene ergab aus den Einstellungsmitteln auf mehrere aequidistant liegende Punktpaare die Zahl 16,09; folglich lag die — zur Ebene der Gläserkombination parallele und vertikal gerichtete — Quergerade hinter der Hauptgeraden in einer Entfernung von 16,09 — 15,71 = 0,38 halbe Millimeter = 0,19 mm.

2) Einfallswinkel $\vartheta = 30^0\ 28'$.

Das Mikroskop war hier etwa bis Ringpunkt 42 noch leidlich einzustellen. Während ferner die dunklen Ringe von 43—48 bei der Höhenverschiebung des Instruments nur noch wie ein matter Schatten vorüberzogen, konnten die Ringnummern von noch höherer Ordnungszahl überhaupt nicht mehr wahrgenommen werden. Das arithmetische Mittel der in Tabelle 11 unter Spalte M beobachteten mittleren Einstellungen auf die Quergerade lieferte die Zahl 16,38; die positiven bezw. negativen Abweichungen von diesem Totalmittelwert wurden wiederum zur graphischen Darstellung der in Figur 8 Tafel II gezeichneten Curve benützt.

Für die genaue Einstellung des Mikroskops auf die Hauptgerade an dem Ort des weissen Centralflecks resultierte aus eigens angestellten Messungen auf aequidistante Punktpaare die Zahl 17,36. Somit lag auch hier die Quergerade hinter der Hauptgeraden und zwar in einem Abstand von 17,36 — 16,38 = 0,98 halbe Millimeter = 0,49 mm.

Tabelle 11.

Y_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Abweich. von 16,38 $^1/_2$ mm	Y_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Abweich. von 16,38 $^1/_2$ mm
0,00	41 oben	16,92	+ 0,54	30,00	1 unten	17,70	+ 1,32
5,00	27—28 „	16,47	+ 0,09	35,00	4—5 „	16,98	+ 0,60
10,00	16—17 „	15,95	— 0,43	40,00	10—11 „	15,90	— 0,48
15,00	8—9 „	15,61	— 0,77	45,00	20 „	16,69	+ 0,31
20,00	3 „	15,45	— 0,93	50,00	32 „	16,16	— 0,22

3) Einfallswinkel $\vartheta = 54^0\,44'$.

Um eine grössere Anzahl von Ringpunkten innerhalb der centralen Querebene hier auszumessen, mussten Höhenverschiebungen von kleinerer Distanz angewandt werden, da die über 24 befindlichen Ringnummern durch keine Verschiebung des Mikroskops in seiner Hülse mehr sichtbar gemacht werden konnten.

Selbst die zwischen 20 und 24 liegenden Ringzahlen waren infolge ihres allmäligen Verschwindens nicht mehr einstellbar. Das arithmetische Mittel der in Tabelle 12 unter M gemessenen mittleren Einstellungen ergab die Zahl 19,10. Die entsprechende Curve für die beobachteten Interferenzorte innerhalb der centralen Querebene wurde in Figur 9 Tafel II wiederum in doppelter natürlicher Grösse entworfen.

Tabelle 12.

Y_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Abweich. von 19,10 $^1/_2$ mm	Y_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Abweich. von 19,10 $^1/_2$ mm
0,00	19 oben	18,59	— 0,51	25,00	1 unten	20,61	+ 1,51
2,50	15 „	19,40	+ 0,30	30,00	3 „	20,04	+ 0,94
5,00	11—12 „	19,27	+ 0,17	32,50	4—5 „	18,51	— 0,59
7,50	8—9 „	18,81	— 0,29	35,00	7 „	18,63	— 0,47
10,00	6 „	18,72	— 0,38	37,50	9—10 „	18,87	— 0,23
12,50	4 „	19,92	+ 0,82	40,00	13 „	19,21	+ 0,11
15,00	2—3 „	18,09	— 1,01	42,50	16—17 „	18,78	— 0,32

Das allgemeine Aussehen der hier beobachteten Interferenzerscheinungen war äusserst verschwommen und boten insbesondere die inneren, total verwaschenen, breiten Ringe bei den Einstellungen die grösste Schwierigkeit. — Die scharfe Einstellung auf den Mittelpunkt der Hauptgeraden ergab die Zahl 25,02; folglich lag bei obigem Einfallswinkel die (mittlere) Quergerade hinter der Hauptgeraden in einer Entfernung von $25{,}02 - 19{,}10 = 5{,}92$ halbe Millimeter $= 2{,}96$ mm.

4) Einfallswinkel $\vartheta = 60^0\,40'$.

Hier zeigten sich die Interferenzerscheinungen innerhalb der centralen Querebene noch weit verwaschener und lichtschwächer, als bei den vorangehenden Einfallswinkeln. Während die ersten 11 Ringpunkte mikroskopisch meist schwer einstellbar waren, dämmerten die Ringe von 12—15 bei allmäligem Verschwinden nur noch schwach auf und die höheren über 15 liegenden Ringnummern waren überhaupt nicht mehr zu sehen. Das arithmetische Mittel der in Tabelle 13 unter Spalte M gemessenen mittleren Einstellungen lieferte die Zahl 20,19. Die den Beobachtungen entsprechende Curve für die scheinbaren Interferenzorte in der centralen Querebene wurde in Figur 10 Tafel II skizziert.

Tabelle 13.

Y_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Abweich. von 20,19 $^1/_2$ mm	Y_0 $^1/_2$ mm	Ring-No.	M $^1/_2$ mm	Abweich. von 20,19 $^1/_2$ mm
0,00	11 oben	20,87	+ 0,68	22,50	1 unten	18,50	— 1,69
2,50	8—9 „	19,88	— 0,31	25,00	2 „	19,43	— 0,76
5,00	6 „	20,39	+ 0,20	27,50	3—4 „	20,66	+ 0,47
7,50	4 „	20,63	+ 0,44	30,00	5—6 „	20,41	+ 0,22
10,00	2—3 „	19,48	— 0,71	32,50	7—8 „	19,96	— 0,23
12,50	1—2 „	21,23	+ 1,04	35,00	10 „	20,83	+ 0,64

Für die exakte Einstellung des Beobachtungs-Instruments auf die Hauptgerade an dem Ort des weissen Centralflecks ergab sich aus gleichzeitig angestellten Messungen der Wert 27,95. Mithin lag die Quergerade hinter der Hauptgeraden in einer Distanz von $27{,}95 - 20{,}19 = 7{,}76$ halbe Millimeter $= 3{,}88$ mm.

In Bezug auf das Verschwinden der äusseren Ringe bei den verschiedenen Einfallswinkeln sei hier noch von einer Erscheinung Erwähnung gethan, die erst am Schluss der Messungen innerhalb der centralen Querebene beobachtet wurde, aber auch in der Folge keine weitere Beachtung fand. Blendete man nämlich den äusseren Teil des aus der Sammellinse tretenden, nahezu parallelen Lichtbündels durch einen Schirm teilweise ab, so konnte auch mit dem Mikroskop — ähnlich wie bei der Fixierung mit dem unbewaffneten Auge — innerhalb der centralen Querebene eine viel grössere Anzahl von matten Ringen sichtbar gemacht werden.

Was endlich noch den Verlauf der aus den obigen Messungen hergeleiteten und in Figur 7—10 gezeichneten Kurven betrifft, so ist das Vorhandensein einer „Quergeraden“ durch die vorliegenden Beobachtungen allerdings weniger sicher erwiesen, als früher in Figur 3—6 die Existenz einer „Hauptgeraden“. Doch beruht dies lediglich in der grossen Verschwommenheit der Interferenzerscheinungen innerhalb der centralen Querebene, insbesondere bei grösseren Einfallswinkeln, wo unter den 10 Einzeleinstellungen auf einen und denselben Ringpunkt die beiden äussersten Grenzwerte oft um 5—6 halbe Millimeter von einander differierten. Trotzdem spricht aber andererseits die

Oscillation der sämmtlichen Beobachtungskurven um eine mittlere Gleichgewichtslage für das Vorhandensein einer „Quer**geraden**", die sich zwischen den fehlerhaft gemessenen Interferenzorten in vertikaler Richtung „geradlinig" hindurchzieht. Beachtet man noch die aus den Messungen hervorgehende Thatsache von den variabeln Abständen der beiden sich kreuzenden Geraden bei den verschiedenen Einfallswinkeln, so dürfte auch im durchgehenden Licht der experimentelle Nachweis von dem Satz erbracht sein:

„Die scheinbaren Interferenzorte innerhalb der **centralen Querebene** liegen — parallel zur Ebene der Gläserkombination — auf einer zur centralen Einfallsebene senkrechten Geraden, der (hier vertikalen) Quergeraden. Letztere geht ohne Schnitt **hinter** der Hauptgeraden vorbei, so dass der in Richtung der Mikroskopaxe gemessene Abstand beider sich kreuzenden Geraden mit wachsendem Einfallswinkel gleichfalls zunimmt."

---

§ 4. Bestimmung beliebiger Punkte der Interferenz-Fläche.

Um den allgemeinen Charakter der gesammten Interferenzfläche in Bezug auf Gestalt und räumliche Lage bei den verschiedenen Einfallswinkeln zu prüfen, empfahl es sich, das schon früher von Hrn. Sohncke im reflektierten Licht angewandte Verfahren (mit Hülfe eines rechteckigen idealen Gitters) einzuschlagen. Zu diesem Zweck wurde das Mikroskop vorerst genau auf den Mittelpunkt des weissen Centralflecks eingestellt und hierauf dem Instrument eine zweifach messbare Bewegung innerhalb einer zur Mikroskopaxe senkrechten Ebene erteilt:

1) vermittelst der Querschraube eine horizontale Verschiebung nach links oder rechts (Abscisse innerhalb der centralen Einfallsebene); 2) vermittelst der Höhenschraube eine vertikale Verschiebung nach oben oder unten (Ordinate innerhalb einer beliebigen Querebene). Behufs Ablesung der scharfen Einstellung des entsprechenden Ringpunktes am Mikroskoprohr erübrigte jetzt nur noch, das Instrument längs seiner Axe in der Hülse so lange zu verschieben, bis der im Schnittpunkt des Fadenkreuzes erscheinende Ring so deutlich als möglich sich zeigte.

Die Grösse der aufeinander folgenden, konstanten Querverschiebungen q und Höhenverschiebungen h wurde bei den verschiedenen Einfallswinkeln, der jeweiligen Drehung des Linsensystems entsprechend, verschieden gewählt. Bei den Querverschiebungen lag diese Abänderung schon insofern nahe, als hier die Projektionen von q auf die ebenen Flächen des Gläsersystems (ausgeführt in der Richtung der Mikroskopaxe) stets gleich $\frac{q}{\cos \vartheta}$ waren (vgl. Figur 2), also mit wachsendem Einfallswinkel gleichfalls zunahmen. Hingegen erlitten die Projektionen der Höhenverschiebungen keine Grössenveränderung, da jene Bewegungen parallel zur vertikalen Ebene der Gläserkombination erfolgten; nur war hier andererseits zu berücksichtigen, dass die äusseren Ringe, vornehmlich inner-

halb der centralen Querebene, mit zunehmender Undeutlichkeit um so früher verschwanden, je grösser der Einfallswinkel des Lichtes war.

In den nachfolgenden Tabellen wurden die Beobachtungen für die verschiedenen Einfallswinkel stets in der Weise mitgeteilt, dass die Zahlen schon durch ihre Registrierung in den wag- und senkrechten Reihen die gegenseitige Lage der eingestellten Ringpunkte andeuten. Um von der gesammten Interferenzfläche ein möglichst einheitliches, richtiges Abbild zu erhalten, mussten die Messungen für einen bestimmten Einfallswinkel ziemlich rasch hinter einander an demselben Nachmittag noch ausgeführt werden, was sich innerhalb 4—5 Stunden nach einiger Uebung auch erreichen liess. Bei genauer Ausmessung einer ersten Interferenzfläche empfahl es sich, zunächst mit dem grösseren Einfallswinkel $\vartheta = 60^0\,40'$ zu beginnen, da die räumliche Ausdehnung der verschiedenen Interferenzflächen mit wachsendem Einfallswinkel zunimmt, hingegen für $\vartheta = 0^0$ auf eine ebene Fläche zusammenschrumpft.

1) Einfallswinkel $\vartheta = 60^0\,40'$.

In der entsprechenden, ausführlich mitgeteilten Tabelle 14 betrugen die Quer- und Höhen-Verschiebungen des Instruments nach dem angewandten Massstab je gleich 5 halbe Millimeter (od. $q = h = 2{,}5$ mm). Rechts neben den 6 Einzeleinstellungen auf einen und denselben Ringpunkt befindet sich deren arithmetisches Mittel und direkt unter den ersteren in Klammer die gleichzeitig abgelesene dunkle Ringnummer. Die Beobachtuugen selbst wurden nach einander in der Weise ausgeführt, dass zunächst die sämmtlichen 7 Interferenzorte einer und derselben vertikalen Querebene (etwa C) mikroskopisch ausgemessen wurden, hierauf erst jene von B, A u. s w.

Um die Lage der scheinbaren Interferenzorte auch in Bezug auf das Gläsersystem zu prüfen (reelle und virtuelle Interferenzen), wurden noch innerhalb einer und derselben Querebene mehrere Einstellungen auf die zunächst liegenden, ebenen Glasflächen W und V vorgenommen. Die arithmetischen Mittel derselben sind in der letzten Horizontalreihe von Tabelle 14 angegeben, während die vorangehende Spalte eine allgemeine Schilderung des Aussehens und der Schärfe der Ringe in den verschiedenen Querebenen liefert.

Vergleicht man in einer der letztgenannten Ebenen die mittleren Mikroskopeinstellungen von Interferenzpunkten, die gleich weit von der centralen Einfallsebene abstehen, etwa C, + 3 und C, — 3 etc., so findet sich auch experimentell im durchgehenden Licht der Satz bestätigt, „dass die centrale Einfallsebene eine Symmetrieebene der Interferenzfläche ist.“

In Tabelle 15 wurden die arithmetischen Mittel berechnet von den mittleren Einstellungen auf 2 symmetrisch liegende Interferenzorte einer und derselben Querebene. Für die mittlere Lage der Quergeraden Q ergab sich der Wert 20,22, während die unter Q. 0 stehende eingeklammerte Zahl [27,48] der Mitte der Hauptgeraden am Ort des weissen Centralflecks entspricht. Letztere Grösse konnte also nicht direkt gemessen werden, sondern wurde als Mittel aus den 3 aequidistanten Punktpaaren der Hauptgeraden $\left[\frac{C,0 + c,0}{2} \text{ etc.}\right]$ berechnet.

Tabelle 14.

$\vartheta = 60^0\,40'$.

Punkt	Lichtnaher Teil der Interferenzfläche			Quergerade	Lichtferner Teil der Interferenzfläche		
	C $^1/_2$ mm	**B** $^1/_2$ mm	**A** $^1/_2$ mm	**Q** $^1/_2$ mm	**a** $^1/_2$ mm	**b** $^1/_2$ mm	**c** $^1/_2$ mm
+3	14,9 16,0 15,6 / 15,7 16,5 15,4 } **15.68** Ring-No. (**38**)	21,0 19,4 20,3 / 19,1 20,5 19,8 } **20,02** (**21**)	26,9 25,7 24,0 / 26,6 26,5 25,7 } **25.90** (**11—12**)	18,5 17,4 20,8 / 21,6 18,9 19,7 } **19.48** (**8**)	27,0 26,5 29,7 / 26,1 27,3 27,6 } **27.36** (**11**)	34,8 34,2 32,4 / 34,4 33,5 34,6 } **33,98** (**21—22**)	38,3 39,6 39,2 / 39,0 38,2 38,4 } **38,78** (**38—39**)
+2	15.4 14,2 15,5 / 14.9 14,7 15,1 } **14,96** Ring-No. (**34**)	20,9 20,2 19,9 / 20,5 19,4 19,7 } **19.95** (**17—18**)	25,6 23,1 24,9 / 25,7 25,0 25,3 } **24,93** (**7**)	19,1 22,3 18,4 / 23,0 19,7 21,5 } **20.67** (**3—4**)	27,2 28,1 29,0 / 28,6 29,3 28,7 } **28,48** (**7**)	34,7 35,0 33,5 / 33,9 33,3 34,1 } **34,08** (**17**)	39,9 40,5 40,3 / 39,6 39,8 40,2 } **40,05** (**34 - 35**)
+1	14.8 15.0 14.8 / 14.0 14.9 15.2 } **14.78** Ring-No. (**31—32**)	19,1 18,3 19,2 / 19,9 19,3 19,1 } **19,15** (**14—15**)	24,2 22,3 23,4 / 23,1 21,7 23,1 } **22.96** (**4—5**)	22,1 19,2 16,9 / 20,0 17,6 20,3 } **19,35** (**1—2**)	30,8 32,9 31,3 / 32,4 30,6 32,0 } **31,67** (**4—5**)	35.4 37,2 35,9 / 36.0 35,8 36,2 } **36.08** (**15**)	39,7 40,4 40,8 / 40,0 40,7 40,3 } **40,31** (**32**)
0 (Hauptgerade)	14,5 14,7 13,9 / 14.3 13,6 14,7 } **14,28** Ring-No. (**31**)	18.5 17,7 18,7 / 18,0 19,2 18,3 } **18.40** (**14**)	22,8 22,3 23,4 / 22,6 21,0 23,3 } **22,56** (**4**)	weisser Centralfleck; Mikroskop nicht einstellbar	33.5 31,9 33,1 / 32,0 31,5 32,2 } **32,37** (**4**)	36,1 37,3 37,2 / 35,9 36,3 36,6 } **36.56** (**14—15**)	40,6 41,0 40,3 / 41,3 40,4 40,7 } **40,72** (**31—32**)
−1	14.7 14,1 15,1 / 14.9 14,6 14,0 } **14.56** Ring-No. (**32**)	18,4 17,6 18,5 / 19,5 18,3 18,7 } **18.50** (**15**)	22,4 23,6 22,3 / 23,1 24,4 22,7 } **23.08** (**4—5**)	20.8 24,3 21,9 / 18,9 20,7 23,8 } **21,73** (**1—2**)	31,0 30,6 32,7 / 33,1 32,2 31,4 } **31,83** (**4—5**)	36,0 36,2 35,1 / 37,1 35,3 36,6 } **36.05** (**15**)	40.4 40,2 39,8 / 40.3 40,9 40,0 } **40,26** (**32—33**)
−2	14.1 15,0 14,8 / 15,3 14,5 14,4 } **14.68** Ring-No. (**34—35**)	18,8 20,1 19,5 / 19,9 19,3 20,6 } **19.70** (**17—18**)	25,1 26,3 24,1 / 23,5 24,3 23,9 } **24.53** (**7**)	17,7 20,6 20,2 / 22,1 19,9 20,3 } **20,13** (**3—4**)	27,5 29,5 28,2 / 28,7 27,1 27,9 } **28.15** (**7—8**)	34,3 33,1 34,9 / 33,4 33,7 34,1 } **33,92** (**17—18**)	40.5 39,9 40,6 / 39.5 40,0 39,3 } **39,97** (**35**)
−3	14,7 15,1 16,1 / 15,8 15,0 15,2 } **15,32** Ring-No. (**38—39**)	20,7 19,3 18,6 / 19,6 20,0 20,3 } **19.75** (**21—22**)	27,1 26,7 25,9 / 24,5 27,0 26,4 } **26,27** (**11—12**)	20,7 17,9 20,0 / 19,8 22,4 18,9 } **19,95** (**8**)	28,9 29,4 27,3 / 26,7 28,2 27,6 } **28,02** (**11—12**)	34,3 35,1 32,8 / 32.7 33,6 34,0 } **33.75** (**21—22**)	38.4 39,2 38,8 / 39.7 38,5 39,1 } **38,95** (**39**)
Aussehen der Ringe.	Ringe in Querebene **C** sehr schmal und meist gut einstellbar; nur an den beiden Enden allmähl. verschwindend.	Ringe unter **B** noch ziemlich gut messbar, wenn auch weniger scharf, wie unter **C**.	Ringe unter **A** noch leidl. einstellbar, aber weniger deutlich, wie unter **B**.	Ringe in der centr. Querebene **Q** äusserst verschwommen und schwer einstellbar; gegen d. Mitte zu total verwaschen und breit.	Ringe unter **a** zwar besser messbar, wie unter **Q**, aber noch teilweise undeutlich, insbesondere an den beiden Enden.	Ringe unter **b** ziemlich gut einstellbar, im allgemeinen besser, wie unter **a**	Ringe unter **c** sehr fein und meist recht gut einstellbar; nur an d. beiden Enden etwas lichtschwach.
Mittl. Lage d. Interferenzorte zu d. eben. Glasflächen W u. V.	W sichtbar bei 4,75 V — V — Scheinb. Interferenzorte unter **C** schon beträchtlich vor der Glasfläche W liegend, also reell.	W sichtbar bei 13,64 V „ „ 3,86 V Interferenzorte unter **B** noch sämmtlich vor W liegend, aber schon näher an W, als jene unter **C**.	W sichtbar bei 22,39 V „ „ 12.43 V Interferenzorte unter **A** zwar noch vor W befindlich, aber ganz nahe an W.	W sichtbar bei 31,46 V „ „ 21.35 V Interferenzorte der Quergeraden in der Nähe der Berührebene V liegend.	W sichtbar bei 40.37 V „ „ 30,41 V Interferenzorte unter **a** in d. Nachbarschaft von V, aber zum grösseren Teil hinter V in der Platte UV befindlich.	W sichtbar bei 49,23 V „ „ 39,18 V Interferenzorte unter **b** sämmtl. hinter V in der Platte UV liegend.	W sichtbar bei — V „ „ 48,05 V Interferenzorte unter **c** innerhalb der Platte UV in der Nähe von U befindlich.

Tabelle 15.

Punkt	Lichtnaher Teil			Querger.	Lichtferner Teil		
	C ½ mm	B ½ mm	A ½ mm	Q ½ mm	a ½ mm	b ½ mm	c ½ mm
3	15,50	19,88	26,08		27,69	33,86	38,86
2	14,82	19,82	24 73	20,22	28,31	34,00	40,01
1	14,67	18,82	23,02		31,75	36,06	40.28
0	14,28	18,40	22,56	[27,48]	32,37	36,56	40,72

Um die gegenseitige räumliche Lage aller scheinbaren Interferenzorte in ihrer Gesetzmässigkeit leicht zu erkennen, verfährt man nach Sohncke-Wangerin zweckmässig folgendermassen: Man denkt sich senkrecht zur centralen Einfallsebene durch die hier horizontale Hauptgerade eine Ebene gelegt — die sogen. „Hauptebene“ —, welche nach unserer Anordnung im durchgehenden Licht also eine „verticale“ Stellung hat. Hierauf ermittelt man aus den Messungen eines jeden Interferenzpunktes seinen, in Richtung der Mikroskopaxe gemessenen Abstand vor (+) oder hinter (—) jener Hauptebene. Zu diesem Zweck bildet man sich aus Tabelle 15 die Differenzen C, 3 — C, o = 15,50 — 14,28 = + 1,22 etc., d. h. den Unterschied der mittleren Einstellungen auf einen seitlichen Interferenzpunkt und auf den in derselben Querebene gleichzeitig ausgemessenen Punkt der Hauptgeraden. Auf diese Weise wurde aus Tabelle 15 für den Einfallswinkel $\vartheta = 60^0\ 40'$ die Schlusstabelle 16 abgeleitet, in welcher die positiven Vorzeichen eine Zurückziehung Hebung), die negativen Vorzeichen eine Vorschiebung (Senkung) des Mikroskops in Bezug auf die Hauptebene vorstellen.

Tabelle 16.

$\vartheta = 60^0\ 40'$.

Punkt	Lichtnaher Teil			Querger.	Lichtferner Teil		
	C ½ mm	B ½ mm	A ½ mm	Q ½ mm	a ½ mm	b ½ mm	c ½ mm
3	+ 1,22	+ 1,48	+ 3,52		— 4,68	— 2,70	— 1,86
2	+ 0,54	+ 1,42	+ 2,17	—7,26	— 4,06	— 2,56	— 0,71
1	+ 0,39	+ 0,42	+ 0,46		— 0,62	— 0,50	— 0,44
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

(Haupt-Ebene.)

2) Einfallswinkel $\vartheta = 54^0\ 44'$.

Bei Ausmessung der diesem Winkel entsprechenden Interferenzfläche betrugen die aufeinanderfolgenden, konstanten Quer- und Höhenverschiebungen wiederum je gleich 5 halbe Millimeter, also $q = h = 2{,}5$ mm. Die Resultate der Beobachtungen sind in Tabelle 17 unter Angabe der abgelesenen dunklen Ringnummer zusammengestellt (ähnlich wie in Tabelle 16).

Tabelle 17.

$\vartheta = 54^0\,44'$.

Punkt	Lichtnaher Teil			Quergerade	Lichtferner Teil		
	C ½ mm	B ½ mm	A ½ mm	Q ½ mm	a ½ mm	b ½ mm	c ½ mm
3	+ 2,30 Ring No. (35)	+ 2,89 (20–21)	+ 1,94 (12)	— 5,31 (8—9)	— 4,76 (12—13)	— 3,29 (21)	— 1,80 (35—36)
2	+ 1,28 Ring No. (30-31)	+ 1,05 (16)	+ 0,92 (7—8)	— 5,31 (4—5)	— 3,43 (7—8)	— 2,16 (16—17)	— 0,87 (31)
1	+ 0,17 Ring No. (27)	+ 0,40 (13)	+ 0,09 (4—5)	— 5,31 (1—2)	— 1,57 (4—5)	— 0,71 (13)	— 0,38 (27—28)
0	0,00 Ring No. (26)	0,00 (12)	0,00 (3—4)	0,00 Centr. Fleck	0,00 (3—4)	0,00 (12)	0,00 (26—27)

3) Einfallswinkel $\vartheta = 30^0\,28'$.

Hier wurden die Quer- und Höhenverschiebungen von verschiedener Grösse gewählt und zwar betrug bei dem angewandten Massstab $q = 10$ und $h = 5$ halbe Millimeter. Die Beobachtungen selbst wurden mit der gleichen Sorgfalt ausgeführt, wie die vorangehenden und sind die Resultate der Messungen unter Angabe der abgelesenen Ringnummer in Tabelle 18, welche wie Tabelle 17 und 16 zu verstehen ist, wiedergegeben. Doch dürften hier die unter (A, 2) und (c, 3) mit einem (?) versehenen Zahlen minder sicher sein, da bei diesen Messungen das Natriumlicht infolge eines sich plötzlich und wiederholt ändernden Gasdrucks nicht konstant blieb

Tabelle 18.

$\vartheta = 30^0\,28'$.

Punkt	Lichtnaher Teil			Quergerade	Lichtferner Teil		
	C ½ mm	B ½ mm	A ½ mm	Q ½ mm	a ½ mm	b ½ mm	c ½ mm
3	+ 1,28 Ring-No. (84)	+ 0,78 (44—45)	— 1,45 (21—22)	— 2,12 (13—14)	— 2,28 (21)	— 0,31 (44)	— 2,70 (?) (82—83)
2	+ 0,33 Ring-No. (76)	+ 0,42 (37—38)	+ 0,67 (?) (14)	— 2,12 (6—7)	— 1,44 (14)	— 0,73 (37)	— 0,66 (75)
1	+ 0,02 Ring-No. (71-72)	+ 0,20 (33)	— 0,30 (9—10)	— 2,12 (2)	— 0,59 (9—10)	— 0.20 (32—33)	— 0,05 (71)
0	0,00 Ring-No. (70)	0,00 (31–32)	0,00 (8—9)	0,00 (Centr-Fleck)	0,00 (8—9)	0,00 (31—32)	0,00 (69—70)

Mit Rücksicht auf die Vorzeichen und Grösse der in den Tabellen 16, 17 und 18 gemessenen Zahlenwerte [(+) = vor, (—) = hinter der Hauptebene] lässt sich der allgemeine Charakter der Interferenzfläche — von der bereits diskutierten Haupt- und Quergeraden abgesehen — nun auch im „durchgehenden Licht“ folgendermassen aussprechen:

1) Der „**lichtferne**“ Teil der Interferenzfläche liegt vollständig hinter (od. unterhalb) der Hauptebene und zwar um so entfernter (od. tiefer) a) je mehr man sich der centralen **Quer**ebene vom lichtfernen Ende aus nähert; b) je weiter man sich von der centralen **Einfalls**ebene nach oben oder unten entfernt.

2) Der „**lichtnahe**“ Teil der Interferenzfläche liegt in der Nähe der Quergeraden noch hinter, sonst aber vor der Hauptebene, wobei dieser Uebergang um so früher eintritt, je grösser der Einfallswinkel des Lichtes ist. Mit zunehmender Entfernung von der centralen Einfallsebene rückt dann auch die lichtnahe Hälfte immer mehr vor die Hauptebene, doch ist diese Abweichung (od. Hebung) hier im allgemeinen kleiner, als die entsprechende (Senkung) im lichtfernen Teil der Interferenzfläche.

---

§ 5. Bestimmung einzelner Ringe der Interferenzfläche.

Von der Thatsache, dass die Newton'schen Ringe im allgemeinen „keine Kreise“, sondern „Curven doppelter Krümmung“ bilden, — die sich in Richtung der Mikroskopaxe auf die Ebene der Gläserkombination nur als konzentrische Kreise projizieren —, überzeugt man sich auch experimentell im durchgehenden Licht am besten durch direkte mikroskopische Ausmessung einzelner Ringe. Dies geschah bei 4 verschiedenen Ringnummern unter gleichzeitiger Abänderung des Einfallswinkels in der Weise, dass je 20 Punkte eines und desselben Rings stets der Messung unterzogen wurden. (Vgl. Fig. 11). Zu diesem Zweck wurde das Mikroskop innerhalb der centralen Einfallsebene vermittelst der Querschraube horizontal nach links und rechts verschoben, bis die beiden äussersten, auf der Hauptgeraden liegenden Punkte 1 und 11 des ausgewählten Rings erreicht waren.

Die zur Ueberstreichung eines solchen scheinbaren Ringdurchmessers nötige Querverschiebung wurde an der Trommel der Mikrometerschraube abgelesen und in 10 gleiche Teile geteilt. Von den einzelnen Teilpunkten aus wurden hierauf Vertikalverschiebungen nach oben resp. unten vorgenommen, bis jedesmal der fragliche Ring im Schnittpunkt des Fadenkreuzes sich deutlich zeigte.

Die oberhalb der centralen Einfallsebene ausgemessenen Ringpunkte sind in Figur 11 mit 2 o, 3 o, ... 10 o, die unterhalb jener Horizontalebene liegenden Punkte bezw. mit 2 u, 3 u, ... 10 u bezeichnet. Ausserdem wurden — der vertikalen Aufstellung meines Gläsersystems entsprechend — die Beobachtungsdata soviel als möglich wieder in der Weise mitgeteilt, dass die Zahlen auch durch ihre Position in den Tabellen den oberen bezw. unteren, lichtfernen, resp. lichtnahen Teil einer Ringnummer kennzeichnen.

1. Einfallswinkel $\vartheta = 18^{\circ}\,12'$. (Ring 30.)

In der ersteren, ausführlich wiedergegebenen Tabelle 19 befindet sich direkt unter den 6—8 Einzeleinstellungen deren arithmetisches Mittel, sowie in der letzten Zeile

Tabelle 19.

$\vartheta = 18^0\,12'$. Ring 30.

	Lichtnahe Ringhälfte					Centrale Querebene	Lichtferne Ringhälfte				
Punkt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm
Einstellung der **oberen** Ringpunkte	—	13,4 11,3 12,1 10,9 11,8 12,0	13,1 11,5 13,4 12,3 10,8 12,6	12,9 14,2 13,6 11,3 12,8 13,0 12,7 12,1	15,5 13,3 14,2 13,9 12,3 14,1 13,8 14,7	14,7 12,9 16,4 13,1 14,9 15,4 14,2 14,0	14,0 16,4 14,7 13,6 15,1 14,8 14,5 14,3	14,2 15,6 16,1 15,5 15,9 15,9 16,5 15,3	16,0 17,1 17,9 16,8 15,8 16,5	18,2 17,0 17,2 16,7 16,4 17,3	—
	Mittel:	**11,92**	**12,28**	**12,83**	**13,97**	**14,45**	**14,68**	**15,63**	**16,68**	**17,13**	
Centrale Einfallsebene (Hauptgerade)	12,7 11,3 10,6 12,1 11,7 10,9 **11,55**	[12,23]	[12,90]	[13,58]	[14,25]	[14,93]	[15,61]	[16,28]	[16,96]	[17,63]	18,2 19,4 18,0 18,3 17,4 18,6 **18,31**
Einstellung der **unteren** Ringpunkte	—	12,7 13,6 11,2 12,9 10,9 11,6	13,9 11,6 12,6 11,0 13,2 12,3	12,6 11,1 12,3 11,7 13,9 12,2 12,2 13,0	13,4 13,6 14,6 13,6 11,5 14,2 12,8 13,1	12,3 13,5 13,1 15,6 13,7 13,0 14,0 13,8	14,2 12,7 15,3 13,8 13,5 14.4 13,0 13,3	16,6 17,8 16,2 16,4 16,1 15,8 15,4 16,5	18,3 16,1 16,9 17,2 16,4 16,8	16,6 17,4 17,5 15,4 16,8 16,5	—
	Mittel:	**12,15**	**12,43**	**12,37**	**13,35**	**13,62**	**13,78**	**16,35**	**16,95**	**16,70**	
Einstellungsschärfe	Ringpunkte ziemlich gut einstellbar.	noch leidlich messbar.	weniger deutlich.	etwas verschwommen.	stärker verschwommen.	sehr verwaschen.	noch sehr undeutlich	weniger verschwommen.	etwas deutlicher.	ziemlich gut einstellbar.	gut messbar.

auch eine Schilderung der Schärfe des ausgemessenen Rings. Die den Punkten 2—10 auf der Hauptgeraden entsprechenden Mikroskopeinstellungen befinden sich in eckiger Klammer, um anzudeuten, dass dieselben aus den beiden äussersten Ringpunkten 1 und 11 berechnet wurden. Die gesammte Querverschiebung des Mikroskops innerhalb der centralen Einfallsebene betrug $q = 59{,}12 - 17{,}62 = 41{,}50$ halbe Millimeter.

Aus Tabelle 19 wurde die Tabelle 20 abgeleitet, indem man sich als wahrscheinlichsten Wert das Mittel bildete aus den mittleren Mikroskopeinstellungen auf 2 symmetrisch liegende Ringpunkte, wie 2 o und 2 u. Mit Hülfe der bekannten Lage der Hauptgeraden ergibt sich dann durch Subtraktion die Entfernung der Ringpunkte vor (+) oder hinter (—) der Hauptebene, entsprechend einer Zurückziehung (Hebung) oder Vorschiebung (Senkung) des Mikroskops.

Tabelle 20.

$\vartheta = 18^0\,12'$. Ring 30.

	Lichtnahe Ringhälfte					Centr. Quer-ebene	Lichtferne Ringhälfte.				
Ringpunkt:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm
Einstell.-Mittel von **Oben** und **Unten**	11,55	12,03	12,35	12,60	13,66	14,03	14,23	15,99	16,81	16.91	18,31
Einstellung der Hauptgeraden	11,55	12,23	12,90	13,58	14,25	14,93	15,61	16,28	16,96	17,63	18,31
Distanz von der Hauptebene.	0,00	— 0,20	— 0,55	— 0,98	— 0,59	— 0,90	— 1,38	— 0,29	— 0,15	— 0,72	0,00

2. Einfallswinkel $\vartheta = 30^0\,28'$ (Ring 25).

Die zur Ueberstreichung des scheinbaren Hauptdurchmessers erforderliche Querverschiebung des Mikroskops betrug hier $q = 56{,}85 - 20{,}89 = 35{,}96$ halbe Millimeter. Die Ergebnisse der Beobachtungen sind in Tabelle 21, welche wie Tabelle 20 zu verstehen ist, auszugsweise wiedergegeben.

Tabelle 21.

$\vartheta = 30^0\,28'$. Ring 25.

	Lichtnahe Ringhälfte.					Centr. Quer-ebene	Lichtferne Ringhälfte				
Ringpunkt:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm
Einstell.-Mittel von **Oben** und **Unten**	11,84	12,73	13,03	14,19	15,51	16,30	15,20	17,74	18,22	20,08	22,29
Einstellung der Hauptgeraden	11,84	12,88	13,93	14,97	16,02	17,06	18,11	19,15	20,20	21,24	22,29
Distanz von der Hauptebene	0,00	— 0,15	— 0,90	— 0,78	— 0,51	— 0,76	— 2,91	— 1,41	— 1,98	— 1,16	0,00

3. Einfallswinkel $\vartheta = 54^0\,44'$ (Ring 17).

Für die Querverschiebung des Instruments zwischen den beiden äussersten Ringpunkten 1 und 11 ergab sich $q = 53{,}33 - 29{,}67 = 23{,}66$ halbe Millimeter; die übrigen Messungsresultate sind in Tabelle 22 wieder nach dem vorigen Schema zusammengestellt.

Tabelle 22.

$\vartheta = 54^0\,44'$. Ring 17.

	Lichtnahe Ringhälfte					Centr. Querebene	Lichtferne Ringhälfte				
Ringpunkt:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm
Einstell.-Mittel von **Oben** und **Unten**	14,82	18,17	20,28	20,38	20,73	21,08	20,38	19,50	22,25	27,01	31,41
Einstellung der Hauptgeraden	14,82	16,48	18,14	19,80	21,46	23,11	24,77	26,43	28,09	29,75	31,41
Distanz von der Hauptebene	0,00	+ 1,69	+ 2,14	+ 0,58	− 0,73	− 2,03	− 4,39	− 6,93	− 5,84	− 2,74	0,00

4. Einfallswinkel $\vartheta = 60^0\,40'$ (Ring 15).

Aus den Trommelablesungen der Mikrometerschraube resultierte hier für die Querverschiebung des Mikroskops der Wert $q = 53{,}26 - 32{,}45 = 20{,}81$ halbe Millimeter; die weiteren Beobachtungsergebnisse finden sich in der Schlusstabelle 23 auszugsweise mitgeteilt.

Tabelle 23.

$\vartheta = 60^0\,40'$. Ring 15.

	Lichtnahe Ringhälfte					Centr. Querebene	Lichtferne Ringhälfte				
Ringpunkt:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm	½ mm
Einstell-Mittel von **Oben** und **Unten**	17,74	21,88	24,75	25,28	24,46	22,11	19,67	21,36	24,68	30,53	36,35
Einstellung der Hauptgeraden	17,74	19,60	21,46	23,32	25,18	27,04	28,91	30,77	32,63	34,49	36,35
Distanz von der Hauptebene	0,00	+ 2,28	+ 3,29	+ 1,96	− 0,72	− 4,93	− 9,24	− 9,41	− 7,95	− 3,96	0,00

Vergleicht man nun in den letzten 4 Tabellen die in den untersten Horizontalspalten beobachteten Zahlenwerte unter Berücksichtigung ihrer Grösse und Vorzeichen, so erkennt man — in Übereinstimmung mit den Messungen der Interferenzfläche —

„dass die **lichtferne** Hälfte eines Rings stets völlig hinter (od. unter) der Hauptebene liegt und zwar am entferntesten (od. tiefsten) in der

Nähe der Quergeraden. Die **lichtnahe Ringhälfte** hingegen liegt bei kleineren Einfallswinkeln noch hinter, rückt aber bei grösseren immer mehr vor die Hauptebene, jedoch so, dass letztere Abweichung (Hebung) im allgemeinen kleiner ist, als die entsprechende (Senkung) auf der lichtfernen Ringhälfte."

---

§ 6. Bestimmung der Haupt- und Quer-Durchmesser der Ringe.

Von besonderem Interesse ist auch die Ermittelung der auf der Quergeraden liegenden „Querdurchmesser" sowie der ihnen an Länge gleichen „projizierten Hauptdurchmesser", welch' letztere dadurch entstehen, dass man die wahren, auf der Hauptgeraden befindlichen, Ringdurchmesser in Richtung der Mikroskopaxe auf die Ebene der Gläserkombination projiziert. Der Aufstellung meines Beobachtungsapparats entsprechend wurden erstere durch die Höhenverschiebung des Instruments direkt gemessen, letztere erst mit Hilfe der sogen. „scheinbaren Hauptdurchmesser". Hiermit bezeichnete ich jene, innerhalb der centralen Einfallsebene liegenden, Ringdurchmesser, deren Grösse durch die horizontale Querverschiebung des Mikroskops an der Trommel der Mikrometerschraube unmittelbar angezeigt wurde. Aus Figur 2 im Anhang ist ersichtlich, dass der gesuchte „projizierte Hauptdurchmesser" ($= D_{h,p}$) mit dem „scheinbaren Hauptdurchmesser" ($= D_{h,s}$) an die geometrische Beziehung geknüpft ist:

$$D_{h,p} = \frac{D_{h,s}}{\cos \vartheta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

worin ϑ den Einfallswinkel oder auch die Drehung des Gläsersystems darstellt.

Die gleiche Relation gilt dann auch von den entsprechenden Hälften der Ringdurchmesser, d. h. von den „scheinbaren und projizierten Haupt-Radien" ($R_{h,s}$ bezw. $R_{h,p}$), deren Zahlenwerte in den Tabellen 24—27 beobachtet wurden und ohne weitere Umrechnung im Millimeter-Mass die entsprechenden Ring-Durchmesser angeben. (Vgl. auch Tabelle 35—38).

Die Beobachtungen wurden hier in der Weise angestellt, dass zunächst der wahre Mittelpunkt des weissen Centralflecks innerhalb der centralen Quer- und Einfallsebene bestimmt wurde. Dies geschah durch Halbierung der Quer- und Hauptdurchmesser von 2—3 höheren Ringnummern, die wegen ihrer Feinheit bezw. Deutlichkeit sich mit Vorteil dazu eigneten. Hierauf mass ich zuerst die oberen und unteren Querradien, dann die lichtfernen resp. lichtnahen scheinbaren Hauptradien und schliesslich bei hinreichender Zeit meist nochmals die oberen und unteren Querradien, — letztere nur doppelt in der Absicht, bei der Höhenablesung mittelst Lupe durch Genauigkeit das teilweise zu ersetzen, was bei Ausmessung der Hauptradien die graduierte Trommel der Mikrometerschraube von selbst ermöglichte. Die scharfe Einstellung von Mikroskop nebst Fadenkreuz erfolgte stets auf die Mitte der dunklen Ringe, wobei die inneren Nummern wegen ihrer grösseren Breite und Verschwommenheit naturgemäss einen grösseren Spielraum

zuliessen, als die äusseren Ringgebilde. — Die in einer einzelnen Tabelle zusammengestellten und mit einander zu verknüpfenden Beobachtungen wurden an demselben Nachmittag so rasch als möglich hinter einander ausgeführt, was sich aus schon früher angegebenen Gründen hier ganz besonders notwendig erwies. — Die Anzahl der in der centralen Querebene mikroskopisch noch sichtbaren äusseren Ringpunkte war auch hier wieder eine beschränkte, wie dies die nachfolgenden Messungen zeigen, welche nun auszugsweise mitgeteilt werden sollen.

Tabelle 24.

$\vartheta = 18^0\,12.'$

Dunkle Ring-No. beobachtet	Scheinbar. Hauptradius beobacht.		Mittl. scheinb. Hauptradius	Quer-Radius beobachtet		Mittl. Quer-Radius	Projiciert. Haupt-Radius	Differ.	Prozent. Abweich. bezügl. $R_{h,p}$
	lichtnah	lichtfern	$R_{h,s}$	oben	unten	R_q	$R_{h,p}$	$R_{h,p} - R_q$	
	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	%
1	3,03	3,11	3,07	3,2	3,0	3,10	3,23	+ 0,13	4,0
2	4,99	4,93	4,96	5,1	5,2	5,15	5,22	+ 0,07	1,3
3	6,21	6,14	6,17	6,5	6,7	6,60	6,50	— 0,10	1,5
4	7,35	7,39	7,37	7,8	7,6	7,70	7,76	+ 0,06	0,8
5	8,26	8,32	8,29	8,6	8,7	8,65	8,73	+ 0,08	0,9
6	9,12	9,17	9,14	9,5	9,6	9,55	9,62	+ 0,07	0,7
7	9,84	9,81	9,82	10,5	10,4	10,45	10,34	— 0,11	1,0
8	10,60	10,64	10,62	11,0	11,1	11,05	11,18	+ 0,13	1,2
9	11,23	11,28	11,25	11,7	11,8	11,75	11,84	+ 0,09	0,8
10	11,88	11,86	11,87	12,5	12,4	12,45	12,50	+ 0,05	0,4
15	14,48	14,52	14,50	15,4	15,4	15,40	15,26	— 0,14	0,9
20	16,86	16,97	16,91	17,8	18,0	17,90	17,80	— 0,10	0,6
25	18,89	18,97	18,93	19,9	19,7	19,80	19,93	+ 0,13	0,7
30	20,74	20,68	20,71	21,8	21,7	21,75	21,80	+ 0,05	0,2
35	22,45	22,50	22,47	23,5	23,6	23,55	23,65	+ 0,10	0,4
40	23,91	23,93	23,92	25,2	25,1	25,15	25,18	+ 0,03	0,1
45	25,29	25,22	25,25	26,7	26,7	26,70	26,58	— 0,12	0,5
50	26,73	26,68	26,70	28,1	27,9	28,00	28,11	+ 0,11	0,4
60	29,21	29,25	29,23				30,77	—	—
70	31,50	31,58	31,54	Ringpunkte hier mikroskopisch nicht mehr einstellbar, weil allmälig verschwindend.			33,20	—	—
80	33,69	33,78	33,73				35,51	—	—
90	35,73	35,79	35,76				37,64	—	—
100	37,71	—	37,71				39,70	—	—

(Tab. 25, 26, 27 siehe nächste Seite.)

Das Gesammtergebnis der in Tabelle 24 –27 beobachteten Zahlenwerte lässt sich dahin aussprechen,

dass auch im durchgehenden Licht 1) die lichtfernen und lichtnahen Hauptradien eines Rings, sowie dessen obere und untere Querradien je an Länge einander gleich sind und dass 2) für jeden Ring der wahre Querradius (od. Querdurchmesser) gleich seinem projizierten Hauptradius (resp. projic. Hauptdurchmesser) ist. Für die Abweichung beider resultierte bei sämmtlichen Einfallswinkeln — von den innersten, breiten, verwaschenen Ringgebilden abgesehen — meist weniger als 1%.

Tabelle 25.

$\vartheta = 30^0\ 28'$.

Ring-No.	Mittl. scheinbarer Haupt-Radius $R_{h,s}$	Mittl. Quer-Radius R_q	Projizierter Haupt-Radius $R_{h,p}$	Differ. $R_{h,p} - R_q$	Proz. Abweich. bezügl. $R_{h,p}$
	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	%
1	2,85	3,25	3,31	+ 0,06	1,8
2	4,61	5,40	5,35	— 0,05	0,9
3	5,93	6,80	6,88	+ 0,08	1,2
4	6,96	8,05	8,08	+ 0,03	0,4
5	7,83	9,05	9,09	+ 0,04	0,4
6	8,58	10,00	9,96	— 0,04	0,4
7	9,37	10,80	10,87	+ 0,07	0,6
8	10,01	11,55	11,61	+ 0,06	0,5
9	10,66	12,25	12,37	+ 0,12	1,0
10	11,21	13,05	13,00	— 0,05	0,4
15	13,87	15,95	16,09	+ 0,14	0,9
20	16,02	18,50	18,59	+ 0,09	0,5
25	18,06	20,80	20,95	+ 0,15	0,7
30	19,68	22,75	22,83	+ 0,08	0,3
35	21,15	24,65	24,54	— 0,11	0,4
40	22,78	26,25	26,43	+ 0,18	0,7
45	24,12	—	27,98	—	—
50	25,40	—	29,47	—	—
60	27,81	—	32,26	—	—
70	30,06	—	34,88	—	—
80	32,16	—	37,31	—	—

Tabelle 26.

$\vartheta = 54^0\ 44'$.

Ring-No.	Mittl. scheinbarer Haupt-Radius $R_{h,s}$	Mittl. Quer-Radius R_q	Projizierter Haupt-Radius $R_{h,p}$	Differ. $R_{h,p} - R_q$	Proz. Abweich. bezügl. $R_{h,p}$
	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	%
1	2,35	3,95	4,07	+ 0,12	2,9
2	3,81	6,65	6,60	— 0,05	0,8
3	4,84	8,45	8,38	— 0,07	0,8
4	5,76	9,85	9,97	+ 0,12	1,2
5	6,41	11,20	11,11	— 0,09	0,8
6	7,12	12,25	12,33	+ 0,08	0,6
7	7,73	13,25	13,39	+ 0,14	1,0
8	8,21	14,35	14,22	— 0,13	0,9
9	8,71	15,20	15,09	— 0,11	0,7
10	9,20	16,05	15,94	— 0,11	0,7
15	11,37	19,60	19,70	+ 0,10	0,5
20	13,08	22,70	22,65	— 0,05	0,2
25	14,68	—	25,42	—	—
30	16,09	—	27,86	—	—
35	17,37	—	30,09	—	—
40	18,60	—	32,22	—	—
45	19,69	—	34,11	—	—
50	20,78	—	35,99	—	—

Tabelle 27.

$\vartheta = 60^0\ 40'$.

Ring-No.	Mittl. scheinbarer Haupt-Radius $R_{h,s}$	Mittl. Quer-Radius R_q	Projizierter Haupt-Radius $R_{h,p}$	Differ. $R_{h,p} - R_q$	Proz. Abweich. bezügl. $R_{h,p}$
	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	1/2 mm	%
1	2,04	4,25	4,16	— 0,09	2,2
2	3,42	7,05	6,98	— 0,07	1,0
3	4,37	8,95	8,93	— 0,02	0,2
4	5,16	10,50	10,54	+ 0,04	0,4
5	5,83	11,95	11,91	— 0,04	0,3
6	6,43	13,10	13,13	+ 0,03	0,2
7	6,99	14,30	14,26	— 0,04	0,3
8	7,51	15,30	15,32	+ 0,02	0,1
9	7,98	16,25	16,30	+ 0,05	0,3
10	8,41	17,25	17,16	— 0,09	0,5
11	8,80	18,10	17,97	— 0,13	0,7
12	9,25	18,95	18,89	— 0,06	0,3
13	9,68	—	19,76	—	—
14	10,05	—	20,51	—	—
15	10,40	—	21,23	—	—
20	12,04	—	24,58	—	—
25	13,50	—	27,56	—	—
30	14,80	—	30,21	—	—
35	15,97	—	32,60	—	—
40	17,11	—	34,92	—	—
45	18,14	—	37,03	—	—

§ 7. Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen.

Obschon der allgemeine Charakter der ausgemessenen Interferenzflächen bisher in befriedigendem Einklang stand mit den bekannten, durch die Herren Sohncke, Wangerin und Gumlich[1]) nachgewiesenen, Eigenschaften, so erübrigt mir doch noch, auch die Theorie — als gleich berechtigten Faktor jeder exakten physikalischen Untersuchung — mit den vorstehenden Beobachtungen soweit als möglich zu vergleichen. Den mathematischen Untersuchungen gemäss sollen die Newton'schen Ringe bei schief einfallendem Licht keine Kreise, sondern Curven doppelter Krümmung bilden, welche auf einer geradlinigen Fläche dritter Ordnung — der sogen. Interferenzfläche — liegen und aus dieser durch elliptische Cylinder ausgeschnitten werden, deren Leitlinie parallel ist zur Axe des Beobachtungsinstruments. Die Interferenzfläche im durchgehenden Licht soll ferner zu jener im reflektierten Licht — bei gleicher Linsen- und Glasdicke — eine spiegelbildliche Lage in Bezug auf die Berührebene der Glasplatte einnehmen und sich innerhalb der, dem Licht abgewandten, plankonvexen Linse vorzugsweise ausbreiten. Dem entsprechend soll ferner die Gestalt der Interferenzfläche im durchgehenden Licht nicht, wie jene im reflektierten, abhängen von der Dicke (d) der Glasplatte, sondern nur von der — im Pol der sphärischen Fläche gemessenen — Dicke (d') der Glaslinse.

Bei Zusammenstellung der berechneten und beobachteten Werte (vgl. Tabelle 28—38) schien es mir zweckmässig, wegen besserer Vergleichung mit den einschlägigen früheren Arbeiten als „Masstabseinheit" nicht mehr, wie bisher, das „halbe", sondern das „ganze" Millimeter in Verwendung zu bringen.

Auch hielt ich zur besseren Übersicht und etwaigen Controlle es nicht für überflüssig, die zur numerischen Berechnung dienlichen Formeln in derjenigen Modifikation anzugeben, welche der Aufstellung meines Beobachtungsapparates im durchgehenden Licht und der hier beobachteten dunklen Ringnummern entsprach.

Der Neigungswinkel ω der „**Hauptgeraden**" gegen die Ebene der Gläserkombination bestimmt sich, wie im reflektierten, so auch im durchgehenden Licht theoretisch nach der Gleichung:

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\sin\vartheta \,.\, \cos\vartheta}{1 + \cos^2\vartheta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

Die aus Tabelle 1—8 nach der „Methode der kleinsten Quadrate" hergeleiteten Beobachtungsresultate für ω stimmen mit den in Tabelle 28 nach (I) berechneten Zahlenwerten befriedigend überein und auch die in Fig. 3—6 gezeichneten Curven bestätigen zugleich, dass die Interferenzorte innerhalb der centralen Einfallsebene auf einer „geraden" Linie — der Hauptgeraden — liegend angesehen werden dürfen.

[1]) l. c.

Tabelle 28.

Einfallswinkel ϑ	Neigungs $\sphericalangle\ \omega$ der Hauptgeraden		Differ.	Mittel d. austretenden dunkl. Ring-No. der Hauptgeraden	
	nach Tab. 1—8 beobacht.	nach Form. (I) berechn.		nach Tab. 9 beobachtet	nach (II) berechnet
18° 12′	8° 55′	8° 52′	— 3′	Ring-No. weit üb. 104 liegend u. nicht mehr zugänglich	—
30° 28′	14° 3′	14° 5′	+ 2′	48,1 lichtnah	45,6 lichtnah
54° 44′	19° 37′	19° 28′	— 9′	4,6 „	5,0 „
60° 40′	18° 45′	19° 0′	+ 15′	3,2 „	2,6 „

Auch die in Tabelle 9 beobachteten Austrittspunkte der Hauptgeraden aus der zugewandten ebenen Linsenfläche finden sich durch Angabe der austretenden dunklen Ringnummer (h) in guter Uebereinstimmung mit den nach Gleichung (II) theoretisch berechneten Werten, welche neben den gemessenen in Tabelle 28 aufgeführt sind. Die hier massgebende Formel

$$h = \left(\frac{4 d'^2 \cdot \cos^5 \vartheta}{\lambda r n^2 \sin^2 \vartheta \cos^6 \vartheta_1} + \frac{1}{2} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{(II)}$$

$$\text{worin } \vartheta_1 = \text{arc. sin} \left[\frac{1}{n} \sin \vartheta \right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{(IIa)}$$

resultiert leicht aus der von Wangerin [l. c. Formel (9) p. 224] im reflektierten Licht abgeleiteten Gleichung; nur muss im durchgehenden Licht stets d′ an Stelle von d, ferner für die dunklen Ringe $\left(\frac{2h-1}{2} \right)$ an Stelle von h gesetzt werden, während für die hellen Ringe statt h selbst wieder h einzuführen wäre. Die numerischen Werte der in Formel (II) auftretenden Constanten waren in unserem Fall:

$d' = 6{,}144$ mm = Dicke der Glaslinse,
$r = 6370$ mm = Krümmungsradius der Glaslinse,
$n = 1{,}53$ = Brechungs-Exponent des Gläsersystems,
$\lambda = 0{,}0005888$ mm = Wellenlänge für Natrium-Licht.

Die am Schluss des § 3 aus den Tabellen 10—13 hervorgegangene Thatsache, dass die Entfernung der Quergeraden hinter der Hauptgeraden mit wachsendem Einfallswinkel zunimmt, bestätigt sich auch theoretisch sowohl dem Vorzeichen, wie der Grösse nach; denn die diesbezügliche Formel

$$Z = \frac{(n^2-1) \cdot d'}{n} \cdot \frac{\text{tg}^2 \vartheta_1}{\cos \vartheta_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{(III)}$$

liefert in Tabelle 29 keine grösseren Abweichungen, als die Messungsmethode es erwarten lässt, insbesondere wenn man die wachsende Verschwommenheit jener Interferenzerscheinungen bei den grösseren Einfallswinkeln berücksichtigt.

Tabelle 29.

ϑ	Entfern. der Quergeraden hinter (—) der Hauptger.		Differ.
	n. Tab. 10—13 beobachtet	nach (III) berechnet	
	mm	mm	mm
18° 12′	— 0,19	— 0,24	— 0,05
30° 28′	— 0,49	— 0,70	— 0,21
54° 44′	— 2,96	— 2,53	+ 0,43
60° 40′	— 3,88	— 3,15	+ 0,73

Die Entfernung eines beliebigen Punktes der Interferenzfläche vor (+) oder hinter (—) der Hauptebene, gemessen in Richtung der Mikroskopaxe, ergibt sich nach Theorie vermittelst der Gleichung

$$Z = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x - x') \cdot y^2 \sin^3 \vartheta}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (IV)$$

worin

$$x' = \frac{2d'(n^2 - 1)\cos^2 \vartheta}{\sin \vartheta \cdot n^3 \cdot \cos^3 \vartheta_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (IVa)$$

$$x = \frac{\pm q}{\cos \vartheta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (IVb)$$

$$y = \pm h \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (IVc)$$

In den beiden letzten Formeln, welche der Aufstellung meines Beobachtungsapparats entsprachen, bezeichnen q und h die auf einander folgenden konstanten Quer- resp. Höhenverschiebungen, bezogen auf den scheinbaren Mittelpunkt des weissen Centralflecks als Coordinatenanfang. Die Beobachtungsergebnisse der im § 4 ausgemessenen Interferenzflächen finden sich in Tabelle 30—32 zusammengestellt mit den nach Gleichung (IV) berechneten Werten. Theorie und Beobachtung, deren Abweichung rechts neben den beiden zu vergleichenden Zahlenwerten jedesmal vermerkt ist, zeigen auch hier — qualitativ wie quantitativ — eine meist recht befriedigende Übereinstimmung, besonders wenn man von den äussersten, oft sehr verschwommenen Interferenzorten absieht.

Tabelle 30.

$\vartheta = 60° 40'$.

Querverschieb. $q = 2{,}5$ mm, Höhenverschieb. $h = 2{,}5$ mm } vgl. auch Tabelle 16. $x' = 2{,}28$ mm

Punkt	Lichtnaher Teil der Interfer.-Fläche			Quergerade	Lichtferner Teil der Interfer.-Fläche		
	C	B	A	Q	a	b	c
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
3	beob. + 0,61	+ 0,74	+ 1,76		— 2,34(?)	— 1,35	— 0,93
	Differ. + 0,27	+ 0,52	— 0,43		— 1,14(?)	— 0,63	— 0,39
	ber. + 0,98	+ 1,26	+ 1,33		— 3,48	— 1,98	— 1,32
2	beob. + 0,27	+ 0,71	+ 1,08	— 3,63	— 2,03	— 1,28	— 0,35
	Differ. + 0,18	— 0,11	— 0,35	+ 0,48	+ 0,12	+ 0,34	— 0,26
	ber. + 0,45	+ 0,60	+ 0,73	— 3,15	— 1,91	— 0,94	— 0,61
1	beob. + 0,19	+ 0,21	+ 0,23		— 0,31	— 0,25	— 0,22
	Differ. — 0,08	— 0,05	— 0,02		— 0,24	+ 0,01	+ 0,07
	ber. + 0,11	+ 0,16	+ 0,21		— 0,55	— 0,24	— 0,15

Tabelle 31.

$\vartheta = 54^0\,44'$.

$q = 2{,}5$ mm, $h = 2{,}5$ mm (Vgl. auch Tabelle 17.) — $x' = 3{,}10$ mm

Punkt	Lichtnaher Teil der Interfer.-Fläche C	B	A	Quergerade Q	Lichtferner Teil der Interfer.-Fläche a	b	c
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
3	beob. + 1,15	+ 1,44	+ 0,97		− 2,38	− 1,64	− 0,90
	Differ. − 0,34	− 0,53	− 0,47		0,65	− 0,28	− 0,41
	ber. + 0,81	+ 0,91	+ 0,50		− 3,03	− 1,92	− 1,31
2	beob. + 0,64	+ 0,52	+ 0,46	− 2,65	− 1,71	− 1,08	− 0,43
	Differ. − 0,26	− 0,07	− 0 15	+ 0,12	− 0,16	+ 0,12	− 0,19
	ber. + 0,38	+ 0,45	+ 0,31	− 2,53	− 1,87	− 0,96	− 0,62
1	beob. + 0,08	+ 0,20	+ 0,04		− 0,78	− 0,35	− 0,19
	Differ. + 0,02	− 0,08	+ 0,06		+ 0,17	+ 0,09	+ 0,03
	ber. + 0,10	+ 0,12	+ 0,10		− 0,61	− 0,26	− 0,16

Tabelle 32.

$\vartheta = 30^0\,28'$.

$q = 5$ mm, $h = 2{,}5$ mm (Vgl. auch Tabelle 18.) — $x' = 8{,}03$ mm

Punkt	Lichtnaher Teil der Interfer.-Fläche C	B	A	Quergerade Q	Lichtferner Teil der Interfer.-Fläche a	b	c
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
3	beob. + 0,64	+ 0,39	− 0,72		− 1,14	− 0,15	− 1,35(?)
	Differ. − 0,54	− 0,32	+ 0,61		+ 0,47	− 0,26	+ 1,08(?)
	ber. + 0,10	+ 0,07	− 0,11		− 0,67	− 0,41	− 0,27
2	beob. + 0,16	+ 0,21	+ 0,33(?)	− 1,06	− 0,72	− 0,36	− 0,33
	Differ. − 0,11	− 0,17	− 0,40	+ 0,36	+ 0,29	+ 0,15	+ 0,20
	ber. + 0,05	+ 0,04	− 0,07	− 0,70	− 0,43	− 0,21	− 0,13
1	beob. + 0,01	+ 0,10	− 0,15		− 0,29	− 0,10	− 0,02
	Differ. ± 0,00	− 0,09	+ 0,13		+ 0,14	+ 0,04	− 0,01
	ber. + 0,01	+ 0,01	− 0,02		− 0,15	− 0,06	− 0,03

Zu bestimmten Ringen übergehend liefert uns der Kalkül für die Entfernung der einzelnen Ringpunkte von der Hauptebene die Formel:

$$Z = \frac{1}{2}\sin\vartheta \cdot \frac{(x - x') \cdot \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)}{\operatorname{cotg}^2\vartheta + \frac{x^2}{a^2}} \qquad \text{(V)}$$

worin x und x' die frühere Bedeutung in (IVa) und (IVb) haben, während die $\left(\frac{x}{a}\right)$ Zahlenverhältnisse vorstellen, deren Werte von der im § 5 angegebenen Einteilung des Hauptdurchmessers (in 10 gleiche Teile) abhängen. Die beobachteten Zahlenwerte für a, welche bei Ueberstreichung eines ganzen Rings aus den Gesammtquerverschiebungen q nach der Formel $2a = \frac{q}{\cos\vartheta}$ berechnet wurden, repräsentieren den halben projizierten Hauptdurchmesser eines Rings innerhalb der centralen Einfallsebene.

Tabelle 33.

	Ringpunkte	$\frac{x}{a}$	$\vartheta = 18^0\,12'$. Ring 30; a = 10,92 mm beob. nach Tab. 20 beobacht.	nach (V) berechn.	Differ.	$\vartheta = 30^0\,28'$. Ring 25; a = 10,43 mm beob. nach Tab. 21 beobacht.	nach (V) berechn.	Differ.
			mm	mm	mm	mm	mm	mm
lichtnah	2 o	$+\frac{4}{5}$	− 0,10	− 0,03	+ 0,07	− 0,07	+ 0,01	+ 0,08
	2 u							
	3 o	$+\frac{3}{5}$	− 0,27	− 0,08	+ 0,19	− 0,45	− 0,18	+ 0,27
	3 u							
	4 o	$+\frac{2}{5}$	− 0,49	− 0,14	+ 0,35	− 0,39	− 0,27	+ 0,12
	4 u							
	5 o	$+\frac{1}{5}$	− 0,29	− 0,19	+ 0,10	− 0,25	− 0,49	− 0,24
	5 u							
Querger.	6 o	0	− 0,45	− 0,24	+ 0,21	− 0,38	− 0,70	− 0,32
	6 u							
lichtfern	7 o	$-\frac{1}{5}$	− 0,69	− 0,26	+ 0,43	− 1,45	− 0,84	+ 0,61
	7 u							
	8 o	$-\frac{2}{5}$	− 0,14	− 0,26	− 0,12	− 0,70	− 0,85	− 0,15
	8 u							
	9 o	$-\frac{3}{5}$	− 0,07	− 0,21	− 0,14	− 0,99	− 0,71	+ 0,28
	9 u							
	10 o	$-\frac{4}{5}$	− 0,36	− 0,13	+ 0,23	− 0,58	− 0,42	+ 0,16
	10 u							

Tabelle 34.

	Ringpunkte	$\frac{x}{a}$	$\vartheta = 54^0\,44'$. Ring 17; a = 10,24 mm beob. nach Tab. 22 beobacht.	nach (V) berechn.	Differ.	$\vartheta = 60^0\,40'$. Ring 15; a = 10,61 mm beob. nach Tab. 23 beobacht.	nach (V) berechn.	Differ.
			mm	mm	mm	mm	mm	mm
lichtnah	2 o	$+\frac{4}{5}$	+ 0,84	+ 0,66	− 0,18	+ 1,14	+ 1,02	− 0,12
	2 u							
	3 o	$+\frac{3}{5}$	+ 1,07	+ 0,93	− 0,14	+ 1,64	+ 1,69	+ 0,05
	3 u							
	4 o	$+\frac{2}{5}$	+ 0,29	+ 0,52	+ 0,23	+ 0,98	+ 1,51	+ 0,53
	4 u							
	5 o	$+\frac{1}{5}$	− 0,36	− 0,76	− 0,40	− 0,36	− 1,85	− 1,49
	5 u							
Querger.	6 o	0	− 1,01	− 2,53	− 1,52	− 2,46	− 3,15	− 0,69
	6 u							
lichtfern	7 o	$-\frac{1}{5}$	− 2,19	− 3,74	− 1,55	− 4,62	− 5,18	− 0,56
	7 u							
	8 o	$-\frac{2}{5}$	− 3,46	− 3,74	− 0,28	− 4,70	− 5,02	− 0,32
	8 u							
	9 o	$-\frac{3}{5}$	− 2,92	− 2,81	+ 0,11	− 3,97	− 3,57	+ 0,40
	9 u							
	10 o	$-\frac{4}{5}$	− 1,37	− 1,46	− 0,09	− 1,98	− 1,77	+ 0,21
	10 u							

[Bemerkt sei nebenbei, dass die obige, auch für das reflektierte Licht geltende, Formel (V) bei Hrn. Wangerin (l. c. pag. 235 Formel 13) an Stelle von „$cotg^2\vartheta$“ im Nenner „$\cos^2\vartheta$“ aufweist, — ein Druckfehler, welchen ich mir hier zu berichtigen erlaube.]

Die in Tabelle 20—23 bei 4 verschiedenen Einfallswinkeln gewonnenen Beobachtungsresultate stehen mit den in Tabelle 33 und 34 nach (V) berechneten Zahlenwerten hinreichend im Einklang, sowohl in Bezug auf Vorzeichen wie Grösse. Nur in der Nähe der Quergeraden, wo die Ringpunkte, insbesondere bei grösseren Einfallswinkeln, äusserst verwaschen werden, zeigen sich naturgemäss zuweilen grössere Abweichungen.

In Bezug auf die „**Massverhältnisse der Ringe**“ soll nach Theorie der wahre Querdurchmesser (D_q) einer jeden Ringnummer gleich sein dem in Richtung der Mikroskopaxe auf die Glasplatte projizierten Hauptdurchmesser ($D_{h,p}$), was durch die Beobachtungen in Tabelle 24—27 vollkommen bestätigt ist; denn die fragliche Differenz beider Durchmesser erreichte in den meisten Fällen dort weniger, als 1%. — Der wahre Querdurchmesser für die von mir beobachteten „**dunklen**“ Ringnummern bestimmt sich ferner theoretisch nach der Gleichung:

$$D_q = D_{h,p} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot r}{\cos\vartheta}} \cdot \sqrt{\frac{2h-1}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(VI)}$$

Die Ergebnisse der im § 6 beobachteten Haupt- und Querradien, deren Zahlenwerte im Millimetermass unmittelbar die entsprechenden Durchmesser liefern, finden sich in Tabelle 35—38 zusammengestellt mit den nach Gleichung (VI) berechneten Werten. Der Unterschied beider lässt — im Gegensatz zu den in Tabelle 24—27 beobachteten positiven wie negativen Differenzen — hier stets Abweichungen in demselben (negativen) Sinne erkennen, die nicht mehr durch Messungsfehler allein zu erklären sind. Die Ursache dürfte vielmehr — wenn nicht in der Unsicherheit des Krümmungsradius r — in Temperaturverhältnissen liegen, auf die auch Hr. Gumlich[1]) jüngst aufmerksam machte. Doch erscheint jener Wärmeeinfluss hier ziemlich geschwächt (vermutlich durch meinen sehr hohen und geräumigen Arbeitssaal), so dass auch in diesem Punkt Theorie und Beobachtung als in genügender Übereinstimmung stehend angesehen werden darf. Mit Rücksicht auf den Bau der Formel (VI) ist damit zugleich experimentell erwiesen, dass die Quer- und Hauptdurchmesser der Ringe auch im durchgehenden Licht das Gesetz der Quadratwurzeln befolgen.

---

[1]) l. c.

Tabelle 35.

$\vartheta = 18^0\ 12'$.

Dunkle Ring-No.	Quer-Durchmesser D_q	Projiciert. Haupt-Durchm. $D_{h,p}$	Mittel aus D_q u. $D_{h,p}$ n. Tab **24** beobacht.	$D_q = D_{h,p}$ nach (VI) berechn.	Differenz zwischen Rechn. u. Beobacht.	Procent. Abweichg. in Bezug auf Beob.
	mm	mm	mm	mm	mm	%
1	3,10	3,23	3,165	2,81	— 0,355	11,2
2	5,15	5,22	5,185	4,87	— 0,315	6,1
3	6,60	6,50	6,55	6,28	— 0,27	4,1
4	7,70	7,76	7,73	7,435	— 0,295	3,8
5	8,65	8,73	8,69	8,43	— 0,26	2,9
6	9,55	9,62	9,585	9,32	— 0,265	2,7
7	10,45	10,34	10,395	10,13	— 0,265	2,5
8	11,05	11,18	11,115	10,88	— 0,235	2,1
9	11,75	11,84	11,795	11,59	— 0,205	1,7
10	12,45	12,50	12,475	12,25	— 0,225	1,8
15	15,40	15,26	15,33	15,13	— 0,20	1,3
20	17,90	17,80	17,85	17,55	— 0,30	1,7
25	19,80	19,93	19,865	19,67	— 0,195	1,0
30	21,75	21,80	21,775	21,58	— 0,195	0,9
35	23,55	23,65	23,60	23,34	— 0,26	1,1
40	25,15	25,18	25,165	24,98	— 0,185	0,7
45	26,70	26,58	26,64	26,51	— 0,13	0,5
50	28,00	28,11	28,055	27,96	— 0,095	0,3
60	Ringpunkte hier mikroskopisch nicht mehr einstellbar, weil allmälig verschwindend.	30,77	30,77	30,65	— 0,12	0,4
70		33,20	33,20	33,13	— 0,07	0,2
80		35,51	35,51	35,43	— 0,08	0,2
90		37,64	37,64	37,595	— 0,045	0,1
100		39,70	39,70	39,64	— 0,06	0,2

Tabelle 36.

$\vartheta = 30^0\ 28'$.

Ring-No.	Mittel aus D_q u. $D_{h,p}$ n. Tab. **25** beobacht.	$D_q = D_{h,p}$ nach (VI) berechn	Differenz	Procent. Abweich.
	mm	mm	mm	%
1	3,28	2,95	— 0,33	10,1
2	5,375	5,11	— 0,265	4,9
3	6,84	6,60	— 0,24	3,5
4	8,065	7,805	— 0,26	3,2
5	9,07	8,85	— 0,22	2,4
6	9,98	9,78	— 0,20	2,0
7	10,835	10,64	— 0,195	1,8
8	11,58	11,425	— 0,155	1,3
9	12,31	12,16	— 0,15	1,2
10	13,025	12,86	— 0,165	1,2
15	16,02	15,89	— 0,13	0,8
20	18,545	18,42	— 0,125	0,7
25	20,875	20,65	— 0,225	1,1
30	22,79	22,66	— 0,13	0,6
35	24,595	24,505	— 0,09	0,4
40	26,34	26,22	— 0,12	0,5
45	27,98	27,83	— 0,15	0,5
50	29,47	29,35	— 0,12	0,4
60	32,26	32,18	— 0,08	0,2
70	34,88	34,78	— 0,10	0,3
80	37,31	37,20	— 0,11	0,3

Tabelle 37.

$\vartheta = 54^0\ 44'$.

Ring-No.	Mittel aus D_q u $D_{h,p}$ n. Tab. **26** beobacht.	$D_q = D_{h,p}$ nach (VI) berechn.	Differenz	Procent. Abweich.
	mm	mm	mm	%
1	4,01	3,605	— 0,405	10,1
2	6,625	6,24	— 0,385	5,8
3	8,415	8,06	— 0,355	4,2
4	9,91	9,54	— 0,37	3,8
5	11,155	10,81	— 0,345	3,1
6	12,29	11,955	— 0,335	2,7
7	13,32	13,00	— 0,32	2,4
8	14,285	13,96	— 0,325	2,3
9	15,145	14,86	— 0,285	1,9
10	15,995	15,71	— 0,285	1,8
15	19,65	19,41	— 0,24	1,2
20	22,675	22,51	— 0,165	0,7
25	25,42	25,23	— 0,19	0,8
30	27,86	27,69	— 0,17	0,6
35	30,09	29,94	— 0,15	0,5
40	32,22	32,04	— 0,18	0,6
45	34,11	34,005	— 0,105	0,3
50	35,99	35,86	— 0,13	0,4

Tabelle 38.

$\vartheta = 60^0\ 40'$.

Ring-No.	Mittel aus D_q u. $D_{h,p}$ n. Tab. **27** beobacht.	$D_q = D_{h,p}$ nach (VI) berechn.	Differenz	Procent-Abweich.
	mm	mm	mm	%
1	4,205	3,91	— 0,295	7,0
2	7.015	6,78	— 0,235	3,3
3	8,94	8,75	— 0,19	2,1
4	10,52	10,35	— 0,17	1,6
5	11,93	11,74	— 0,19	1,6
6	13,115	12,98	— 0,135	1,0
7	14,28	14,11	— 0,17	1,2
8	15,31	15,155	— 0,155	1,0
9	16,275	16,13	— 0,145	0,9
10	17,205	17,06	— 0,145	0,8
11	18,035	17,93	— 0,105	0,6
12	18,92	18,77	— 0,15	0,8
13	19,76	19,565	— 0,195	1,0
14	20,51	20,33	— 0,18	0,9
15	21,23	21,07	— 0,16	0,8
20	24,58	24,44	— 0,14	0,6
25	27,56	27,39	— 0,17	0,6
30	30,21	30,06	— 0,15	0,5
35	32,60	32,50	— 0,10	0,3
40	34,92	34,78	— 0,14	0,4
45	37,03	36,92	— 0,11	0,3

Am Schluss dieser Arbeit sei es mir noch gestattet, dem Vorstand des physikalischen Laboratoriums der kgl. technischen Hochschule zu München, Herrn Hofrat Prof. Dr. L. Sohncke, für die Anregung zu dieser Arbeit und seine wohlwollenden, fördernden Ratschläge, sowie auch den Herren Assistenten Dr. Blümcke und Privatdozenten Dr. Weber für ihre mannigfache, freundliche Unterstützung meinen wärmsten, innigsten Dank auszusprechen.

Abgeschlossen im physikalischen Laboratorium der kgl. technischen Hochschule zu München um Mitte Juli 1888.